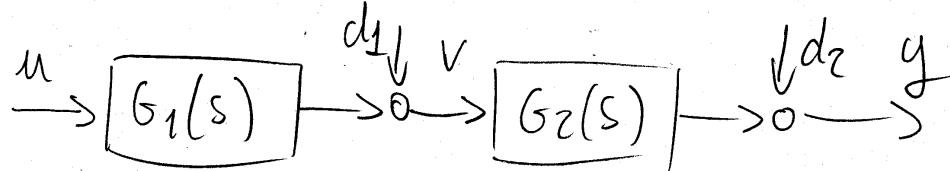


## CONTROLLO IN CASCATA

(1)

- In molti casi applicativi accade che il sistema da controllare sia strutturabile come al risultato della connessione in cascata di due sottosistemi



- Esempio: sistema di controllo della temperatura

$u$ : comando velocità di regolazione pompa

$d_1$ : effetto delle variazioni di pressione  
alla mondata della pompa sulla portata

$v$ : portata pompa

$d_2$ : disturbi che influenzano la temperatura

$y$ : temperatura controllata

- Supponiamo ora che

- $V$  sia misurabile

- $G_1$  sia più favorevole di  $G_1 G_2$  ai fini del controllo

p.e.s.  $G_1$  veloce  $G_1 G_2$  lenta

$G_1$  pose minima  $G_1 G_2$  pose non minima

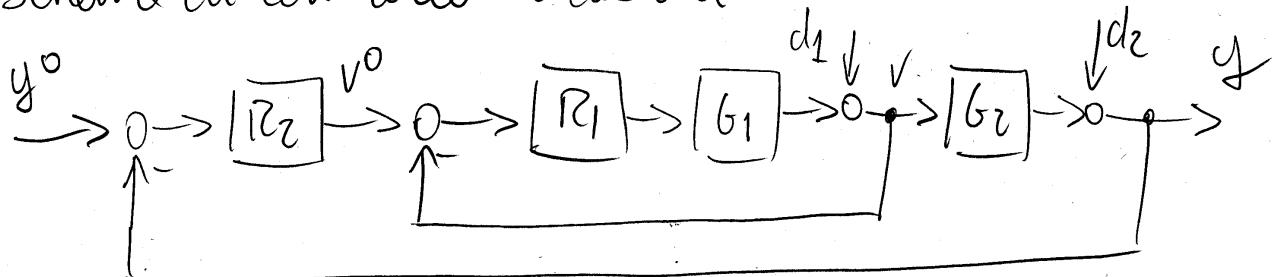
$G_1$  as-stabile  $G_1 G_2$  instabile

- Caso tipico:  $G_1$ : attuatore  $G_2$ : processo sotto controllo

## CONTROLLO IN CASCATA

(2)

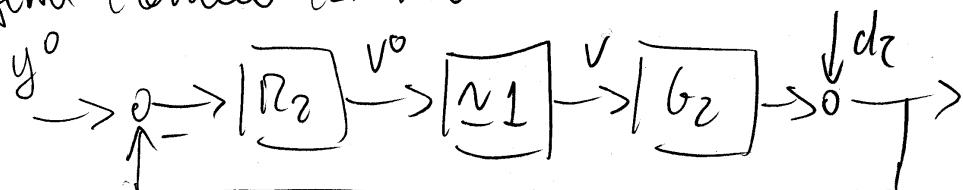
- Schema di controllo in cascata



- L'anello interno regola  $v$  in base al set point  $v^o$
- L'anello esterno usa  $v^o$  come variabile di controllo virtuale

- Disaccoppiamento in frequenza:

- Si progetta l'anello interno veloce, grazie alla dinamica favorevole di  $G_1 \Rightarrow d_1$  regolato efficacemente  $w_{c1}$  grande
- Per  $w \ll w_{c1}$ ,  $v^o \approx v$ , quindi  $R_2$  "vede" solo  $G_2$  e  $d_2$ , come se l'attuatore virtuale fosse ideale
- si progetta l'anello esterno con  $w_{c2} \ll w_{c1}$



- Al posto di un sensore extra per  $v$  ed una logica di controllo più complessa, si ottiene una migliore rilezione del disturbo  $d_1$  rispetto al classico schema in retroazione

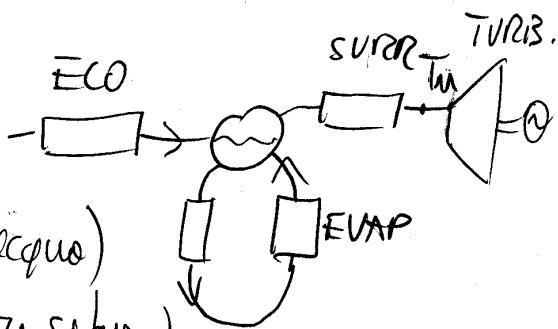
## CONTROLLO IN CASCATA

(3)

- APPLICAZIONE : CONTROLLO TEMP. SURRISCALDATRI

- Generatore di vapore per ciclo Rankine:

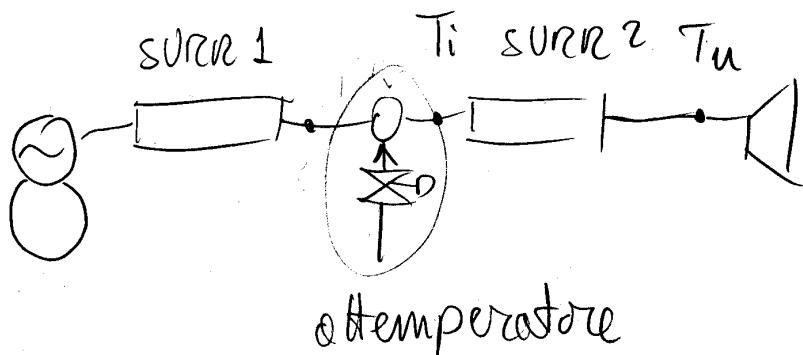
- economizzatore (preriscaldatore d'acqua)
- evaporatore (generatore vapore saturo)
- surriscaldatori



- La temperatura d'uscita dei surriscaldatori,  $T_u$ , va regolata accuratamente

- + alta possibile per non penalizzare la turbina
- senza superare i limiti di resistenza termica dei tubi

- Soluzione: si inietta una piccola quantità di acqua liquida per abbassare la temperatura d'uscita

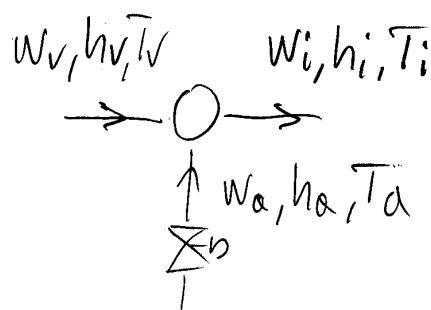


in un punto intermedio opportuno (vedi + avanti sui criteri di scelta)

# CONTROLLO IN CASCATA

(4)

- $\nabla \theta$  dello dell'attemperatore



w: portate  
massiche

h: entalpie  
specifiche

T: Temperatura

$$(1) \quad 0 = w_r + w_a - w_i \quad \text{massa}$$

$$(2) \quad 0 = w_r h_r + w_a h_a - w_i h_i \quad \text{energia}$$

$$(2) - (1) \cdot h_r : 0 = w_r h_r + w_a h_a - w_i h_i - w_r h_r - w_a h_r - w_i h_r$$

$$w_i (h_i - h_r) = w_a (h_a - h_r)$$

$\uparrow \uparrow$   
vapore surriscaldato  
 $\sim$  gas ideale

$\uparrow$   
calore latente di  
evaporazione

$$w_i c_p (T_i - T_r) = - w_a \Delta h_{ev}$$

$$T_i = T_r - \frac{w_a}{w_i} \frac{\Delta h_{ev}}{c_p} \quad \frac{\Delta h_{ev}}{c_p} \leq 1000 \text{ K}$$

$\Rightarrow$  basta una  $w_a$  pura & qualche % di  $w_r$  per abbassare

)  $T_i$  di parecchi gradi

$\Rightarrow w_i \sim$  costante (  $w_a$  trascurabile rispetto a  $w_r$  )

# CONTROLLO IN CASCATA

(5)

## - modello di surriscaldatore

- Hip:
- $W_i \sim \text{costante}$
  - capacità termica vapore trascurabile rispetto a quella della parete
  - resistenza termica parete e resistenza termica scontro vapore parete trascurabili rispetto alla resistenza termica dello scambio convettivo parete esterna - gas caldi
  - distribuzione spaziale della temperatura di gas caldi  $\sim$  uniforme

$$\bar{DTu} = G_{T_i}(s) \cdot \Delta T_i$$

$$G_{T_i}(s) = e^{-\alpha_0} \cdot e^{-s\tau}$$

$$\alpha_0 = \frac{hS}{W_i c_p} \leftarrow \begin{array}{l} \text{conduttanza termica totale parete esterna-gas,} \\ \text{calchi} \end{array}$$

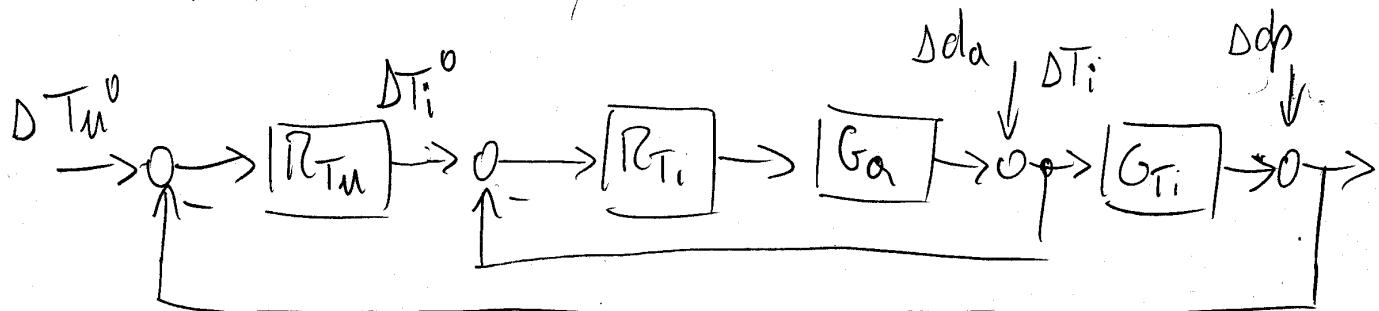
$(\alpha_0 = NTU, \text{ numero unità scombranti}) \rightarrow$

$$\bar{\tau} = \frac{\Pi m c_m}{W_i c_p} \leftarrow \begin{array}{l} \text{capacità termica pareti tubi} \\ \text{prodotto portata vapore} \times c_p \text{ Vapore} \end{array}$$

## CONTROLLO IN CASCATA

(6)

- Variazioni di temperatura all'ingresso si manifestano all'uscita otturatore di  $e^{-\alpha_0}$  e dopo un ritardo puro di  $\tau$  secondi. Valori tipici:  $\left\{ \alpha_0 = 0.5 \div 1 \right. \quad \left. \tau \approx 100 \text{ s} \right\}$
- È chiaro che  $G_{Ti}(s)$  è sfavorevole per il controllo a causa del ritardo puro (si ricordi che  $w_c < \frac{1}{\tau}$ )
- Conviene chiudere un anello intorno su  $T_i$  per rigettare tutti i disturbi sull'otturatore e le variazioni di  $T_u$  (temp. uscita surr1); la dinamica in quel caso è solo quella della valvola di attenuamento  $G_a(s)$  che è molto più veloce



- L'anello intorno obbliga tutti i disturbi a monte di  $T_i$  con una banda  $w_c = 0.1 \div 0.3 \text{ rad/s}$

-  $\int_{-\infty}^{t_f} \dot{\theta}_i(t) dt = \theta_i(t_f) - \theta_i(0) = \theta_i(t_f)$   
 $\theta_i(t_f) = \theta_i(0) + \int_{-\infty}^{t_f} \dot{\theta}_i(t) dt$

## CONTROLLO IN CASCATA

(7)

- All'anello esterno rimane da regolare i disturbi a volte (cioè essenzialmente gli effetti della variazioni di temperatura e portata dei gas caldi), con una banda dell'ordine di 0.01 rad/s
- OSServazione #1 : a parità di portata vapore, il ritardo  $\tau$  è proporzionale alla massa di SURZ: conviene quindi tenere SURZ il + corto possibile spostando il punto di iniezione d'acqua vicino alla turbina, per non penalizzare troppo il controllo. Non bisogna esagerare, altrimenti si rischiano danni termici all'uscita di SURZ, che non è protetto dall'attenuatore.
- OSServazione #2: a carichi ridotti, cioè a portata vapore ridotta,  $\tau$  aumenta in modo inversamente proporzionale alla portata  $w$ ; - onde evitare instabilità può essere opportuno ritrarre  $R_{Tu}$  quando l'impianto lavora a bassi carichi (20% - 30%)

# CONTROLLO FREQUENZA/POTENZA

(1)

## - INTRODUZIONE

Nell'ambito del corso, abbiamo valutato la dinamica della generazione di potenza meccanica per impianti idroelettrici e termoelettrici. In tutti i casi, la potenza meccanica viene erogata a fronte di una richiesta di apertura di un organo regolante (valvole turbinio, ugello condotta forzata)

$$S_{kv} \rightarrow \left| \frac{S_{P_g}}{G_p(s)} \right| \rightarrow$$

idroelettrico :  $G_p(s) = \frac{1}{1+sT_a} \cdot \frac{1-2\beta Th(s\tilde{\sigma})}{1+\beta Th(s\tilde{\sigma})}$

termoelettrico (caldaia segue)  $G_p(s) = G_{SAT}(s) \cdot \frac{1+s\tilde{\tau}_r}{1+s\tilde{\tau}_r}$

termoelettrico (turbo segue)  $G_p(s) = G_{SAC}(s) \cdot \frac{1+s\tilde{\tau}_r}{1+s\tilde{\tau}_r}$

termoelettrico (pressione variabile)  $G_p(s) = G_{SAC}(s) \cdot \frac{1}{1+s\tilde{\tau}_e} \cdot \frac{1+s\tilde{\tau}_r}{1+s\tilde{\tau}_r}$

## CONTROLLO FREQUENZA / POTENZA

(2)

- COLLEGAMENTO A RETE  $\omega$  - REG. POTENZA
- Il bilancio di potenze all'asse dello turbine è

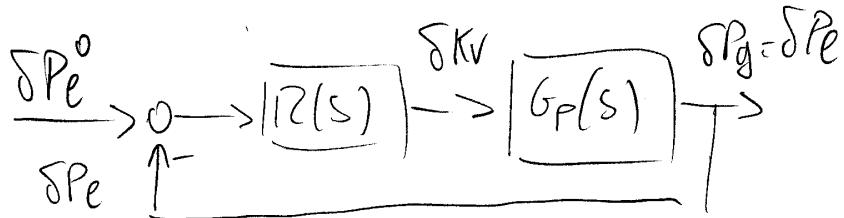
$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} J \omega^2 \right) = P_g - P_e$$

$\uparrow$   
generata dalla turbinaria  
 $\downarrow$  assorbita dal generatore elettrico

- Se il generatore (同步) è connesso ad una rete con potenza installata molto superiore, possiamo assumere in prima approssimazione che  $\omega$  sia imposto dalla rete e mantenuto costante al suo valore nominale

$$\Rightarrow \delta P_e = \delta P_g$$

- Si può quindi controllare la potenza elettrica generata con uno schema di questo tipo



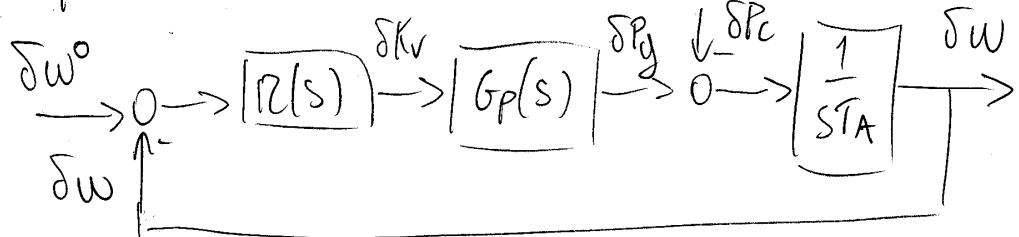
- $R(s)$  può avere ormai integrale per avere errore nullo al regime
- La banda ottimale (con ragionevoli sforzi del controllo) dipende da  $G_p(s)$  ( $0.01 \div 2 \text{ rad/s}$ )

## CONTROLLO FREQUENZA/POTENZA

(3)

### - COLLEGAMENTO A CARICHI ISOLATI - REG. FREQUENZA

- In questo caso, lo bilancio tra potenza elettrica generata  $P_e$  e potenza assorbita dai carichi  $P_c$  determina la variazione della velocità di rotazione del turbogeneratore, e quindi della frequenza di rete, che diventa la variabile da regolare



- E' opportuno usare  $R(s)$  con orazione integrale, per avere buona precisione della frequenza a regime. Lo bando (e quindi la velocità di risposta a fronte di accendi/attacchi/distacchi di carico) dipende come sempre da  $G_p(s)$

### - PIÙ GENERATORI CONNESSI IN RETE - REG. PRIMARIA FREQUENZA

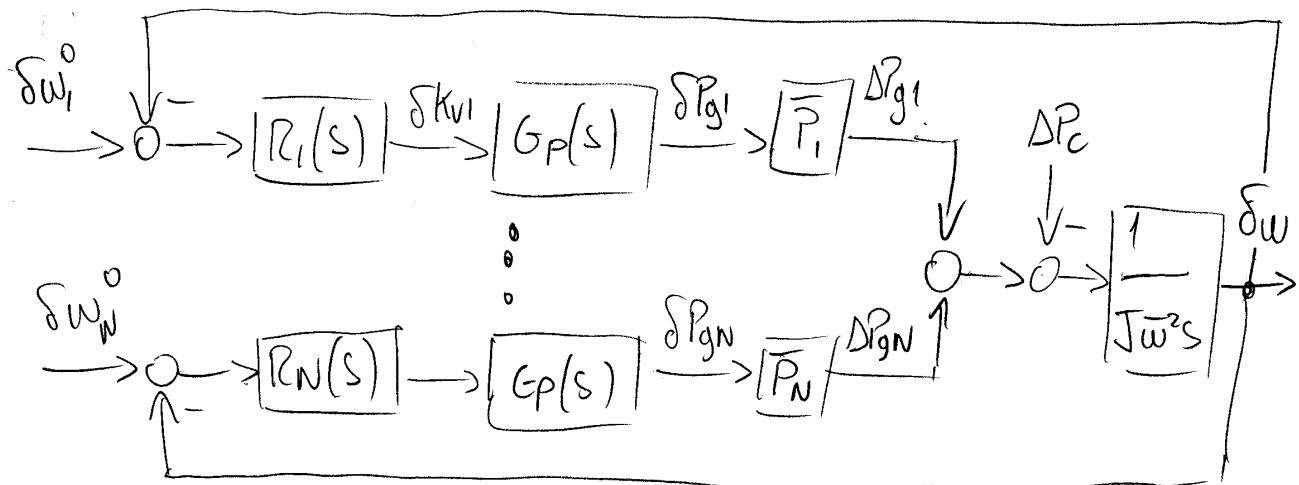
- Supponiamo ora di avere  $N$  generatori connessi tramite una rete elettrica. Se trascuriamo le dinamiche elettriche delle correnti in rete, possiamo assumere in prima approssimazione che i generatori (simoroni) ruotino in maniera solidale, come se fossero un unico rotore, con momento d'inerzia

$$J = \sum_i^N J_i$$

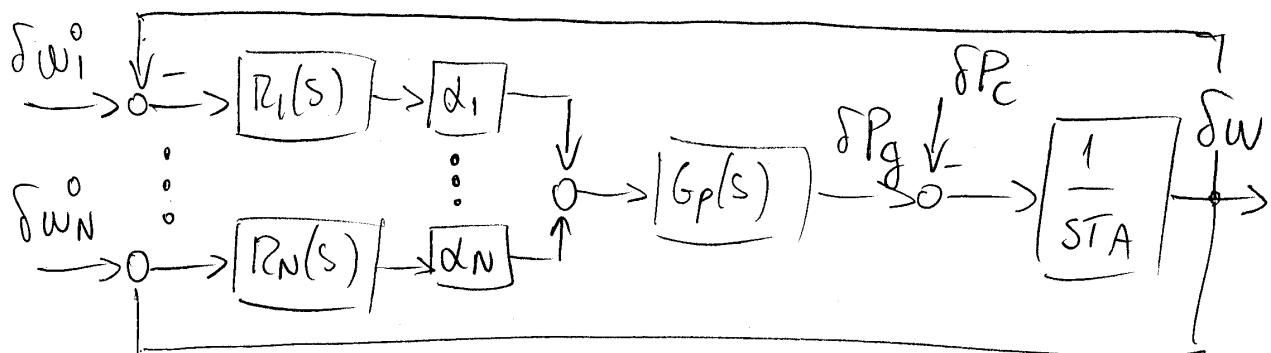
- Per semplificare, consideriamo il caso di impianti tutti dello stesso tipo (stesso  $G_p(s)$ ):

# CONTROLLO FREQUENZA / POTENZA

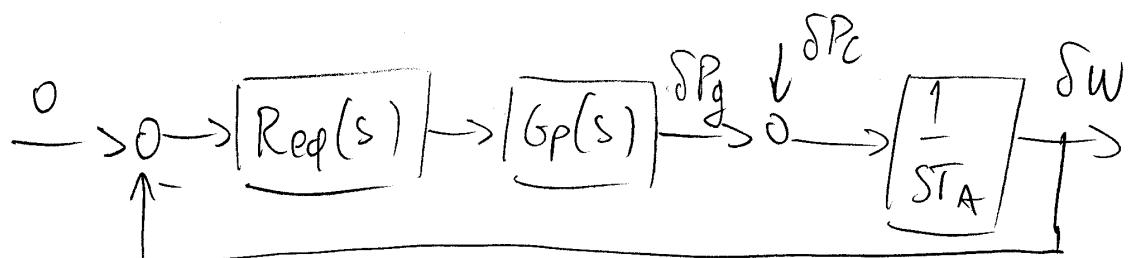
(4)



- Lo schema è equivalente al seguente, dove le potenze sono normalizzate rispetto a  $\bar{P} = \sum_i^N \bar{P}_i$ , e  $T_A = \frac{\bar{P}}{J\bar{\omega}^2}$



- Se ora consideriamo l'equivalente parallelo di regolatori e consideriamo  $\delta w_i^o = 0$ , troviamo



che è identico al caso di generatore singolo in isola

## CONTROLLO FREQUENZA/POTENZA

(5)

- Problema: l'ultimo schema è equivalente dal punto di vista ingresso/usata (p.d.t  $\delta\omega/\delta P_c$ ); se però tutti i regolatori hanno azione integrale, mettendoli in parallelo si ha una cancellazione polo/zero di  $N-1$  poli nell'origine. Questi poli non vengono spostati dalla retroazione quindi si ottiene un sistema con parti non raggiungibili/ non osservabile non asintoticamente stabili. In pratica, le uscite dei singoli regolatori vanno alla deriva, e la ripartizione di produzione a transitorio esaurito è indeterminata
- Occorre usare regolatori di tipo 0 (senza azione integrali)

p.es  $R_i(s) = \frac{1}{T_i} \frac{1+sT_i}{1+sT_i}$

$$T_i = \frac{\delta\omega}{\delta P} \quad \begin{array}{l} \text{si definisce} \\ \text{statismo dell'}i\text{-esimo generatore} \end{array}$$

(valori tipici 2% ÷ 10%)

- A fronte di uno scolmo del carico

$$\Delta P_c(t) = \Delta P_c \cdot \text{sco}(t)$$

si trova che a transitorio esaurito

$$\bullet \quad \delta\omega = T_{\text{rete}} \cdot \frac{\Delta P_c}{P}$$

$$T_{\text{rete}} = \frac{\bar{P}_g}{\sum_i^N \frac{\bar{P}_{gi}}{T_i}} \quad \begin{array}{l} (\text{statismo} \\ \text{medio di} \\ \text{rete}) \end{array}$$

$$\bullet \quad \delta P_{gi} = \frac{1}{T_i} \delta\omega$$

## CONTROLLO FREQUENZA / POTENZA

(6)

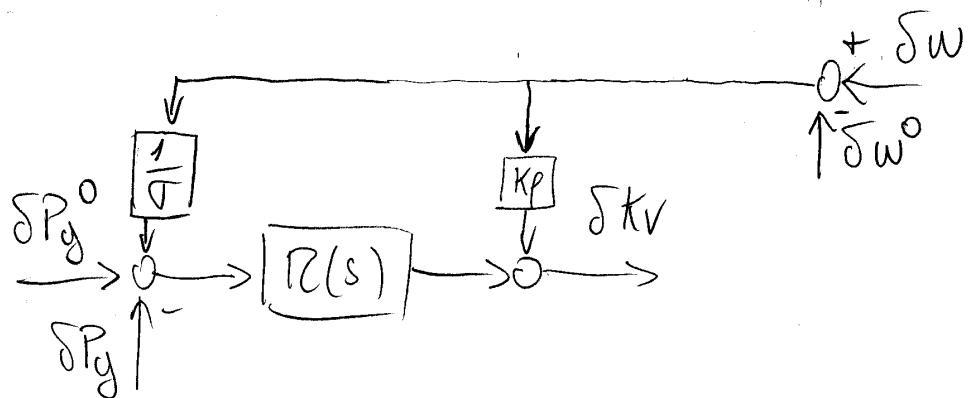
- I generatori si coordinano tramite l'errore di frequenza
- I generatori con stabsmo più basso contribuiscono maggiormente alla regolazione primaria di frequenza
- Tipicamente  $\tau = 5\%$ , mentre  $\delta\omega$  deve essere meno dell'0.2% ( $f = 49.9 \div 50.1 \text{ Hz}$ )

$$\rightarrow \frac{\Delta P_{c\max}}{P_c} = \frac{\delta\omega}{\tau} = 0.06 = 6\%$$

- La regolazione primaria è sufficiente su intervalli di tempo di  $\frac{1}{2}$  ora - 1 ora, ma è insufficiente su archi di tempo + lunghi, dove  $\Delta P_c$  varia di più

### - REGOLAZIONE FREQUENZA / POTENZA

- Si possono realizzare schemi che combinano la regolazione di potenza con un termine aggiuntivo per la regolazione primaria di frequenza (frequency bias)

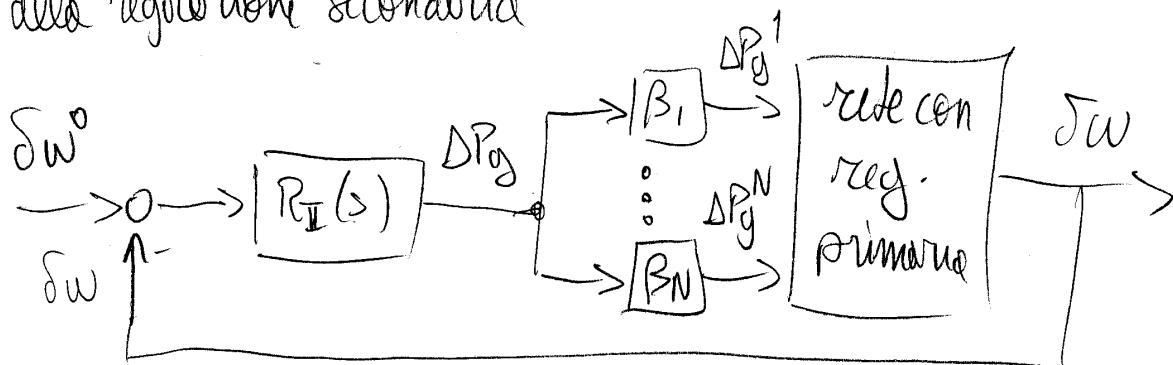


## CONTROLLO FREQUENZA/POTENZA

(7)

### - REGOLAZIONE SECONDARIA DI POTENZA

- la regolazione a zero dell'errore di frequenza viene effettuata da un unico regolatore centralizzato per tutta la rete, che invia una richiesta di potenza aggiuntiva ai regolatori dei gruppi che partecipano alla regolazione secondaria

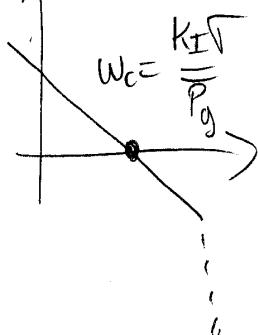


$\frac{\delta\omega}{\Delta P_g}$  ho guadagno  $M = \frac{T}{P_g}$  e dinamica

caratterizzata dai tempi di risposta della regolazione primaria (qualche secondo)

$$\rightarrow \text{Basta } R_{II}(s) = \frac{K_I}{s} \quad \text{con } w_c \approx 0.01$$

$|L(\omega)|$  (regolazione in cascata)



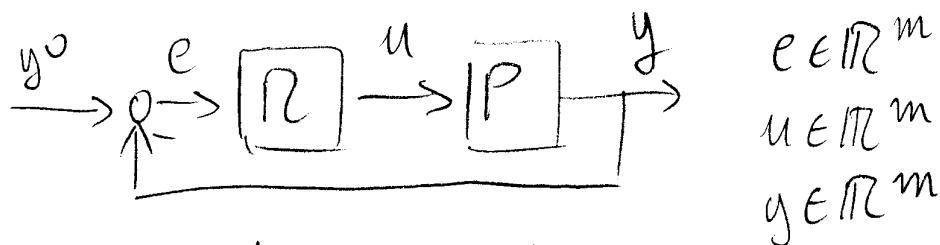
# CONTROLLO MULTIVARIALE

①

## - SISTEMI DI CONTROLLO MULTIVARIALE

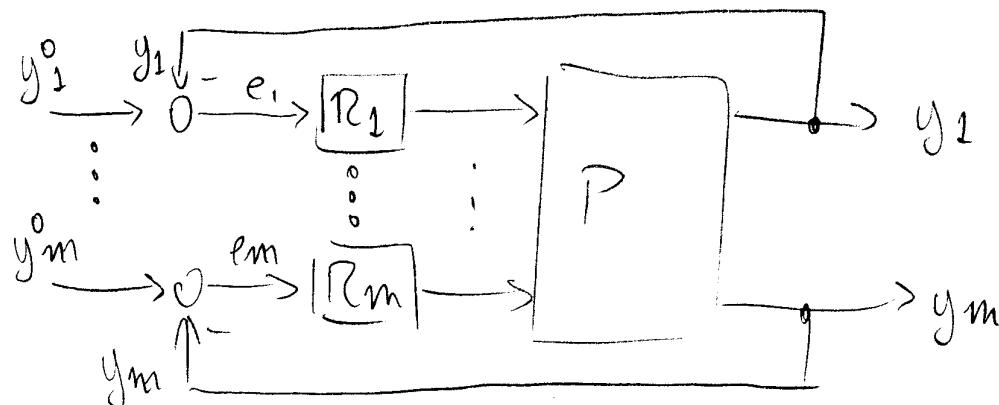
- L'analisi si è finora concentrata su sistemi di controllo monovariable: 1 variabile di controllo e 1 variabile controllata
- Molti problemi di controllo significativi hanno però una struttura multivariable:  $m$  variabili di controllo vengono usate per regolare  $p$  variabili d'uscita. Per poterle regolare in modo indipendente, occorre che sia  $(m \geq p)$   
nella maggior parte dei casi  $(m = p)$

- Fondamentalmente sono possibili due strategie di controllo
  - centralizzato



Le variabili di controllo vengono calcolate in funzione di tutte le misure e i setpoint

- decentralizzato



## CONTROLLO MULTIVARIABILE

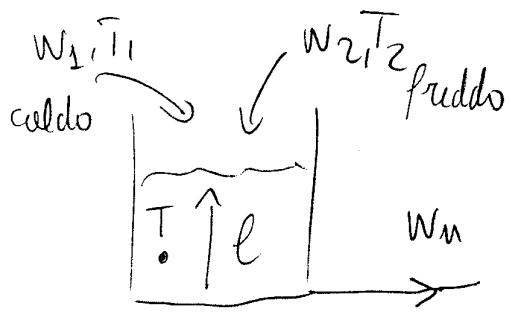
(2)

- I sistemi centralizzati vanno progettati usando tecniche più generali di quelle viste finora. Possono fornire prestazioni più spinte, però sono più complessi da progettare e gestire (effetto "scatola nera")
  - I sistemi decentralizzati si possono progettare utilizzando le tecniche già viste, e sono più "semplici" da gestire. Le prestazioni ottenibili sono meno spinte, soprattutto per sistemi fortemente interagenti
- SCOMPOSIZIONE EURISTICA
- Metodo di progetto per un sistema decentralizzato
    - 1) Si ordinano ingressi ed uscite in modo che sia massima l'influenza  $u_j \rightarrow y_j$  e minima l'influenza  $u_j \rightarrow y_{k \neq j}$ , e che i tempi di risposta fra  $u_j$  e  $y_j$  siano crescenti (dal più veloce al più lento)
    - 2) Si progetta il sistema di controllo  $R_1(s)$  che controlla  $y_1$  usando  $u_1$  e si chiude l'anello
    - 3) col sistema  $R_1(s)$  funzionante, si progetta il sistema  $R_2(s)$  che controllo  $y_2$  con  $u_2$

# CONTROLLO MULTIVARIALE

(3)

- 4) Si prosegue fino a  $R_m$
- 5) Se necessario, si ri-tarono i primi anelli di controllo  
(il cui funzionamento può essere alterato dalla chiusura degli ultimi)
- Questa procedura ha buone probabilità di riusita se il processo è scarsamente interrogante, cioè se gli elementi sulla diagonale della matrice di trasferimento  $G(s)$  dominano su quelli fuori diagonale, e se gli anelli vengono chiusi del più veloce al più lento
- In realtà è sufficiente che la matrice sia circa triangolare nel qual caso il requisito di ordinamento delle velocità non è più necessario
- ESEMPIO 1 Controllo di temperatura e livello in un serbatoio



$w_u \} \text{ var. controllo; } T \} \text{ var}$   
 $w_1 \} \text{ controlle } \quad \vdots \} \text{ controlle } \quad$   
 $w_2, T_2: \text{disturbi}$

- Influenze  $u \rightarrow y$

$w_u$  influenza  $l$  ma non  $T$

$w_u \leftarrow l$

$w_1$  influenza poco  $l$  e tanto  $T$

$\Rightarrow$

$w_1 \leftarrow T$

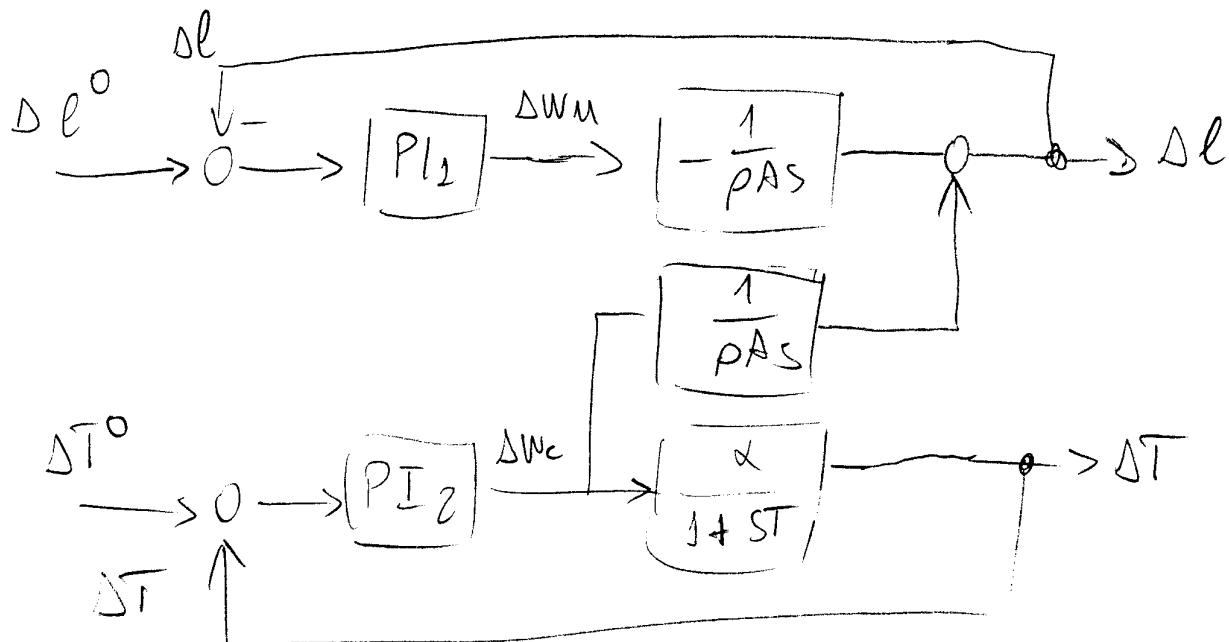
# CONTROLLO MULTIVARIABILE

(4)

-  $\gamma(s) = G(s) U(s)$

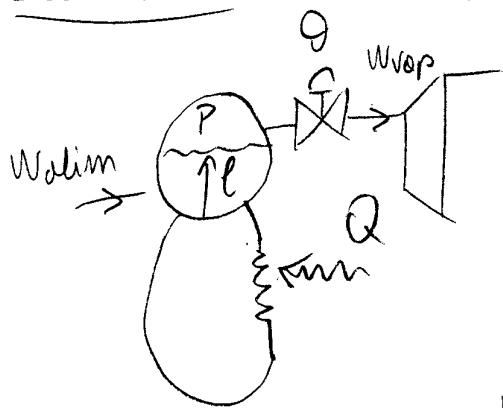
$$\begin{bmatrix} \Delta L \\ \Delta T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{PAS} & \frac{1}{PAS} \\ 0 & \frac{\alpha}{1+ST} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta W_M \\ \Delta W_1 \end{bmatrix}$$

- Progetto il regolatore di livello  $R_1$ : il regolatore vede la fdt  $-\frac{1}{PAS}$  tra  $\Delta W_M$  e  $\Delta L$   $\rightarrow$  solido regolatore PI
- Progetto il regolatore di temperatura  $R_2$ : grazie alla struttura triangolare di  $G(s)$ , il regolatore vede una fdt tra  $\Delta W_1$  e  $\Delta T$  che vale  $\frac{\alpha}{1+ST}$ , ed è indipendente da  $R_1$   $\rightarrow$  ancora regolatore PI



- Nei casi in cui  $G(s)$  è "pieno", la chiusura dell'anello tra  $u_1$  e  $y_1$  modifica la pdt tra  $u_2$  e  $y_2 \rightarrow$  occorre tenerne conto, chiudendo prima l'anello più veloce, poi quello più lento, ed eventualmente ri-torando quello + veloce

- ESEMPIO 2 GENERATORE DI VAPORE SATURO



- Var. di controllo:  $W_{\text{lim}}$  portata alimento  
                         $Q$  flusso termico agli evaporatori  
                         $\vartheta$  apertura valvola
- Var. controllate       $\ell$  livello  
                             $W_{\text{vap}}$  portata vapore  
                             $P$  pressione

- Strategia 1: "Caldaia - segue"

$$\vartheta \leftrightarrow W_{\text{vap}}$$

$$W_{\text{lim}} \leftrightarrow \ell$$

$$Q \leftrightarrow P$$

- La valvola di turbina viene usata per regolare la portata di vapore; il controllo è agivote dato che la risposta di  $W_{sap}$  a scalino su  $\theta$  è istantanea
- la portata di alimento regola il livello nel corpo cilindrico
- Il flusso termico viene usato per regolare la pressione
- Strategia 2 : "Turbina segue"

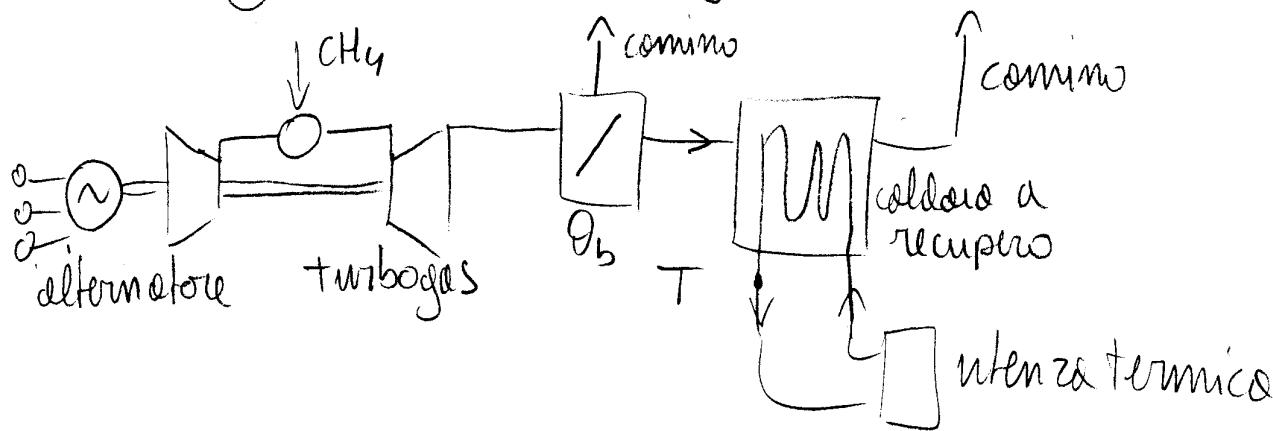
$$\theta \leftrightarrow P$$

$$N_{elim} \leftrightarrow e$$

$$Q \leftrightarrow W_{sap}$$

- In questo caso l'apertura della valvola di turbina viene usata per regolare la pressione, e la portata di vapore generato viene regolata col flusso termico. Il sistema controllato è più lento, però non viene sottoposto a stress termici quando si varia la richiesta di carico turbina.

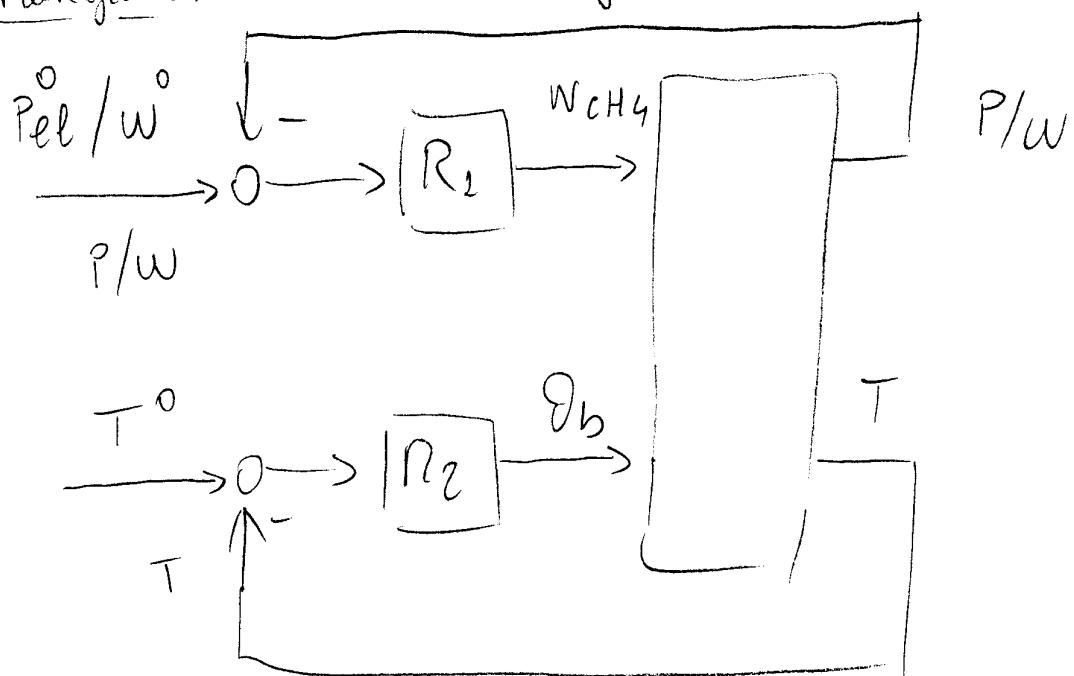
- ESEMPIO ③ Impianto di cogenerazione



- Var. di controllo  $W_{CH_4}$  portata gas naturale  
 $\theta_b$  apertura surronde bypass caldaia

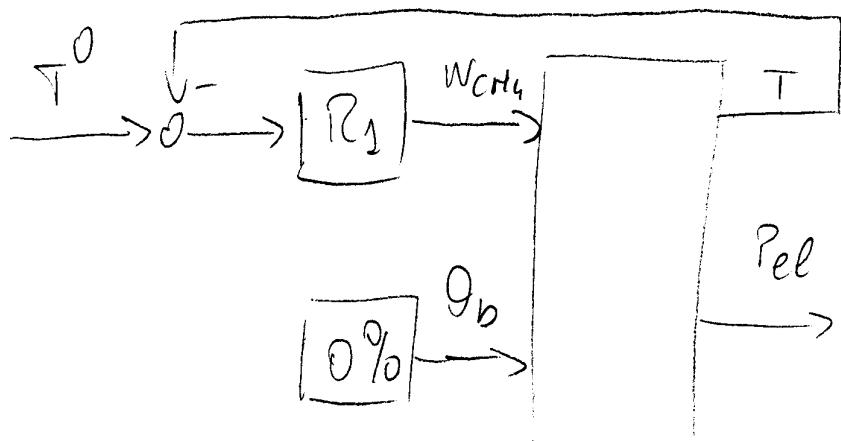
- Var. controllo  $P_{el}/W$  potenza/frequenza alternatore  
 $T$  temperatura acqua calda

- Strategia 1: carico elettrico guida



→ È possibile modulare indipendentemente il carico elettrico e quello termico; per avere capacità di controllo, una parte dei fumi caldi è bypassata al comune (basso rendimento)

- Strategia 2 carico termico guida



→ Tutti i fumi caldi sono usati in calore (mox rendimento)  
Il carico elettrico prodotto dipende dal carico termico  
Non è possibile lavorare in isol.

# CONTROLLO DIGITALE

①

## - INTRODUZIONE

- Nelle precedenti lezioni abbiamo studiato il problema del progetto del regolatore, cioè di stabilire la funzione di trasferimento  $R(s)$  del sistema di controllo. Si pone ora il problema della realizzazione tecnologica del regolatore.

### a) Realizzazione analogica

Si costruisce un sistema fisico (dinamico) che abbia la funzione di trasferimento richiesta tra ingresso e uscita

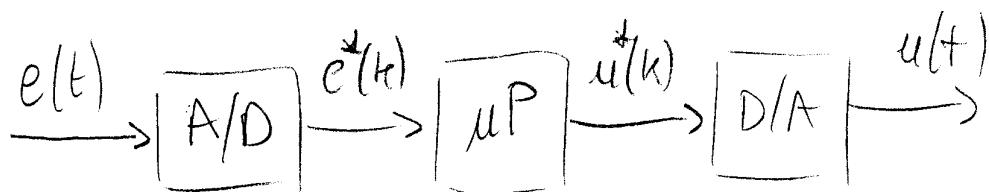
- elettronico: circuito elettrico ( $RLC + \text{op.amp.}$ )
- pneumatico: circuito pneumatico (valvole, molle, serbatoi gonfiabili)
- etc.

Nel passato questa era la soluzione più diffusa, per il suo basso costo. E' chiaro però che la flessibilità di una realizzazione analogica è molto ridotta  
x es: cambiare la struttura di  $R(s)$  significa cambiare una rete elettrica, o comunque i valori di alcuni componenti

# CONTROLLO DIGITALE

(2)

## b) Realizzazione digitale



Si converte il segnale analogico in un segnale digitale, compionto ad intervalli regolari. Il segnale viene elaborato da un microprocessore per produrre il segnale di controllo  $u^*(k)$ , che viene riconvertito in un segnale digitale.

Occorre progettare il programma che si esegue sul  $\mu P$  in modo che la relazione tra  $e(t)$  e  $u(t)$  sia simile a quella specificata da  $R(s)$ .

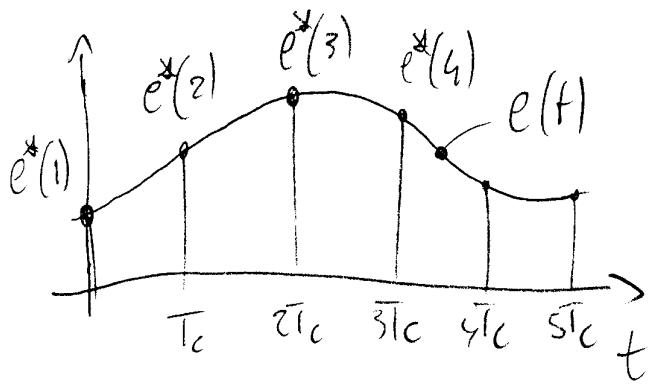
### - COMPONENTI SIST. CONTROLLO DIGITALE

#### • A/D Compionatore sincrono

È un circuito elettronico che misura  $e(t)$  ad intervalli di tempo  $T_c$  (tempo di campionamento), lo converte in un numero digitale, accessibile al microprocessore.

# CONTROLLO DIGITALE

(3)

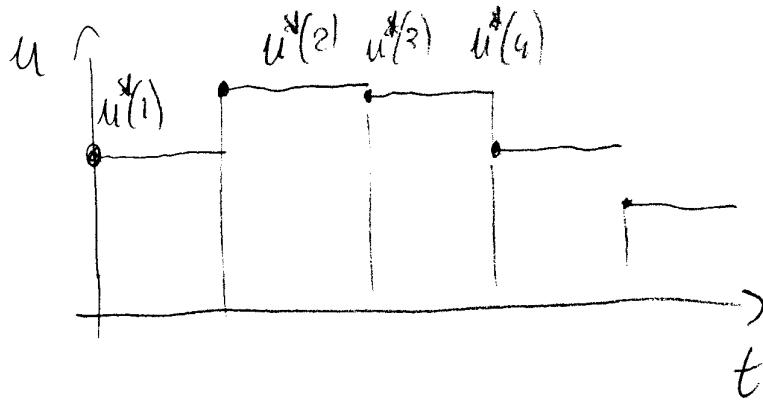


$$e^*(k) = e(kT_c)$$

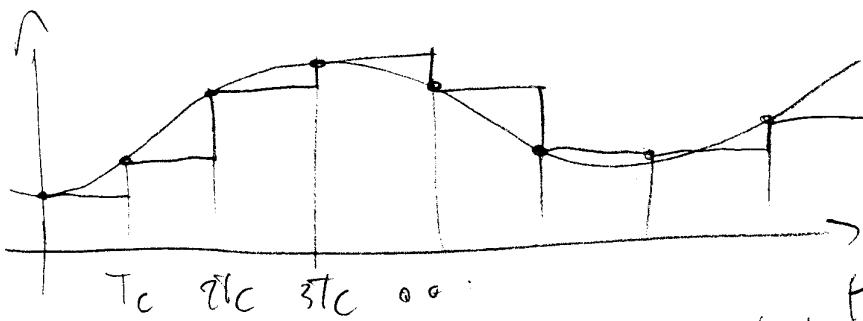
- Oltre che essere discretizzato sull'asse del tempo, il segnale viene anche quantizzato, visto che la rappresentazione digitale ha un numero finito di bit (8, 12, 16, 20, 24)  
E chiaro che un numero > di bit permette una rappresentazione più accurata, comportando però > costi del convertitore
- MP Microprocessore  
Essegue ciclicamente un programma, riconiudendo ad intervalli di tempo di  $T_c$ , non appena è disponibile l'altura del nuovo segnale  $e^*(k)$
- D/A convertitore digitale analogico (sincrono)  
Il convertitore più semplice (e più usato) è il cosiddetto moltiplicatore di ordine zero (ZOH), che mantiene l'usuale analogica pari all'ultimo valore digitale ricevuto

# CONTROLLO DIGITALE

(4)



- Si consideriamo la coppia A/D + D/A,



si può intuire come la conversione introduca 2 tipi di distorsione

- aggiunta di armoniche e frequenze multipli di  $\frac{1}{T}$
- ritardo di fase equivalente  $\propto e^{-Tc/2} s$

E' inoltre chiaro che è impossibile rappresentare segnali a frequenza superiore di  $\frac{1}{2T_c} = f_N$  (frequenza di Nyquist)

→ Sarà quindi necessario prendere  $T_c$  sufficientemente ridotto, compatibilmente col tempo di ciclo del programma sul μP

# CONTROLLO DIGITALE

(5)

## - REALIZZAZIONE DIGITALE $R(s)$

- Ogni sistema lineare di P.d.t.  $R(s)$  può essere rappresentato con le sue equazioni di stato e di uscita

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

- Queste possono essere approssimate da equazioni alle differenze, p.es. tramite il metodo di Euler

$$\dot{x}(t) \approx \frac{x(t+T_c) - x(t)}{T_c}$$

$$x(kT_c) = x^*(k) \quad u(kT_c) = u^*(k) \quad y(kT_c) = y^*(k)$$

$$\frac{x^*(k+1) - x^*(k)}{T_c} = Ax^*(k) + Bu^*(k)$$

$$y^*(k) = Cx^*(k) + Du^*(k)$$

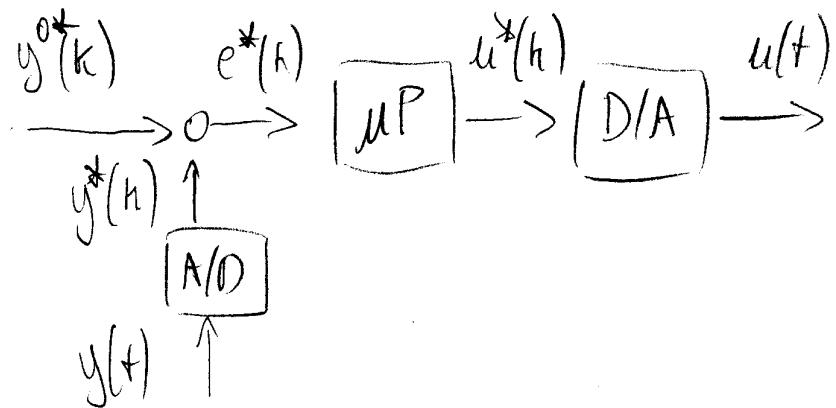
$$\Rightarrow \begin{cases} y^*(k) = (x^*(k) + Du^*(k)) & \text{calcolo uscita} \\ x^*(k+1) = x^*(k) + T_c [Ax^*(k) + Bu^*(k)] & \begin{matrix} \text{aggiornam.} \\ \text{stato} \end{matrix} \end{cases}$$

→ Queste due equazioni sono la base del codice del sistema di controllo

⑥

## CONTROLLO DIGITALE

- REALIZZAZIONE DIGITALE PI



$$R(s) = K_p \frac{1+sT_i}{sT_i} \quad U(s) = R(s) E(s)$$

$$U = K_p \frac{1+sT_i}{sT_i} E = K_p E + K_p \frac{1}{sT_i} E$$

SOL:  $x(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = e(t) \\ u(t) = \frac{K_p}{T_i} x(t) + K_p e(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^*(k+1) = x^*(k) + T_c e^*(k) \\ u^*(k) = \frac{K_p}{T_i} x^*(k) + K_p e^*(k) \end{cases}$$

# CONTROLLO DIGITALE

(7)

- Pseudocodice (da eseguire ogni  $T_c$  secondi (interrupt))

input  $y^o$ ;

convert  $y$ ;

$$e := y^o - y;$$

$$u := K_p / T_i * x + K_p * e; \quad // \text{calcolo } u$$

convert  $u$

$$x := x + T_c * e; \quad // \text{aggiornamento } x$$

- Possiamo ora aggiungere 2 funzionalità

- antiwindup

- commutazione auto/manual senza sbalzi

$$\left. \begin{aligned} u_{\text{auto}} &= K_p e + K_p / T_i x \\ u_{\text{man}} &= u_{\text{man}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = (u_{\text{man}} - K_p e) * T_i / K_p$$

$$x_{\text{man}} = (u_{\text{man}} - K_p e) T_i / K_p$$

# CONTROLLO DIGITALE

(8)

- Pseudo codice 2

input  $y^0$

input  $u_{\text{man}}$

convert  $y$

$$e := y^0 - y;$$

if auto then

$$u := K_p / T_i * x + K_p * e;$$

$$x := x + T_c * e;$$

if  $u > u_{\text{max}}$  then

$$u = u_{\text{max}};$$

$$x := (u_{\text{max}} - K_p e) * T_i / K_p$$

else if  $u < u_{\text{min}}$  then

$$u = u_{\text{min}}$$

$$x := (u_{\text{min}} - K_p e) * T_i / K_p$$

else

$$u := u_{\text{man}}$$

$$x := (u_{\text{man}} - K_p * e) * T_i / K_p$$

output  $u$ ;