

Controlli Automatici

(Prof. Casella)

Prova in Itinere – 2 Maggio 2013

SOLUZIONI

Domanda 1

Definire le strategie di controllo in anello aperto ed in anello chiuso. Discuterne quindi brevemente i punti di forza e di debolezza, indicando in quali casi sia più adatto l'impiego dell'una piuttosto che dell'altra.

Nel controllo in anello aperto, l'andamento della variabile di controllo è deciso in base al riferimento ed eventualmente ad una misura dei disturbi. Nel controllo in anello chiuso, il controllo è deciso in base al riferimento, alla misura della variabile controllata ed eventualmente ad una misura dei disturbi.

Il controllo in anello aperto risulta sensibile all'incertezza sul comportamento del sistema e sull'andamento di disturbi non misurati, ed è quindi adatto in casi in cui l'incertezza sia ridotta. Può essere indicato quando sia problematico misurare la variabile controllata (ad esempio, potenza termica erogata da una stufetta elettrica)

Il controllo in anello chiuso, potendo confrontare l'andamento effettivo della variabile controllata con quello del riferimento, può essere reso molto più preciso anche in condizioni di incertezza sulla dinamica del sistema e sull'andamento di disturbi non misurati, ed è quindi indicato in condizioni di elevata incertezza, dove non sia problematico misurare la variabile controllata. Se la dinamica del sistema da controllare presenta ritardi, è però possibile che il regolatore destabilizzi il sistema; occorre quindi valutare con attenzione la stabilità del sistema ad anello chiuso.

Domanda 2

Con riferimento a sistemi lineari tempo-invarianti descritti da schemi a blocchi, spiegare perché la presenza di retroazioni può modificare la stabilità del sistema complessivo rispetto a quella dei suoi componenti presi singolarmente:

Con riferimento allo schema base di retroazione, la funzione di trasferimento del sistema complessivo ha a denominatore il polinomio caratteristico, somma di numeratore e denominatore della funzione d'anello. La posizione delle radici di tale polinomio, che sono i poli del sistema, non ha a priori alcuna relazione con la posizione delle radici del denominatore della funzione d'anello, che, a meno di cancellazioni, sono i poli delle funzioni di trasferimento dei singoli componenti. Dato che la stabilità dei sistemi lineari è funzione della posizione dei poli delle funzioni di trasferimento, ne consegue che non c'è alcun legame a priori tra la stabilità dei singoli blocchi e quella del sistema retroazionato.

Domanda 3

Si consideri il modello idealizzato di un generatore idroelettrico, composto da una condotta forzata, una turbina Pelton (ugello + ruota idraulica) ed un generatore sincrono connesso ad una rete di capacità infinita. Assumendo il fluido incomprimibile, la condotta rigida, le perdite di carico trascurabili ed i rendimenti di turbina e generatore sincrono costanti, la dinamica del sistema è descritta dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}\frac{L}{A_c} \frac{dw}{dt} + P - P_{atm} - \rho g h &= 0 \\ w &= A \sqrt{2 \rho (P - P_{atm})} \\ P_{id} &= w \frac{P - P_{atm}}{\rho} \\ P_{el} &= \eta P_{id}\end{aligned}$$

dove L è la lunghezza della condotta, A_c la sua sezione, w la portata che attraversa la condotta e la valvola, P la pressione all'uscita della condotta, P_{atm} la pressione atmosferica, ρ la densità dell'acqua, g l'accelerazione di gravità, h il dislivello monte-valle della condotta, A la sezione d'efflusso dell'ugello, P_{id} la potenza idraulica del getto in uscita dall'ugello, P_{el} la potenza elettrica ceduta alla rete, η il rendimento complessivo del sistema turbina/generatore.

Si chiede di:

3.1. Scrivere le equazioni di stato e di uscita del sistema, considerando A_u come variabile d'ingresso e P_{el} come variabile d'uscita.

$$\begin{aligned}\frac{dw}{dt} &= \frac{A_c}{L} \left(\rho g h - \frac{w^2}{2 \rho A^2} \right) \\ P_{el} &= \eta \frac{w^3}{2 \rho^2 A^2}\end{aligned}$$

3.2. Calcolare le condizioni di equilibrio del sistema.

$$\begin{aligned}\bar{w} &= \rho \bar{A} \sqrt{2 g h} \\ P_{el} &= \eta \frac{\bar{w}^3}{2 \rho^2 \bar{A}^2} = \eta \bar{w} g h\end{aligned}$$

3.3. Scrivere le equazioni del sistema linearizzate attorno a tali condizioni di equilibrio.

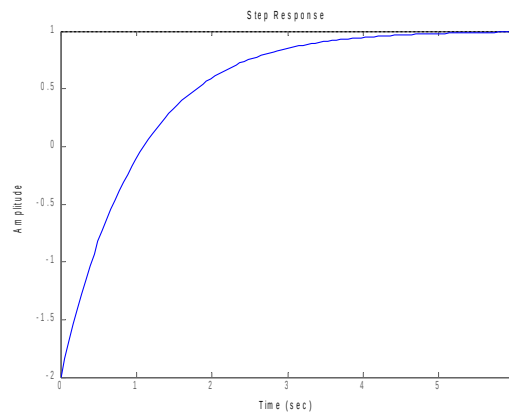
$$\begin{aligned}\frac{d \Delta w}{dt} &= \frac{A_c}{L} \left(-\frac{\bar{w}}{\rho \bar{A}^2} \Delta w + \frac{\bar{w}^2}{\rho \bar{A}^3} \Delta A \right) \\ \Delta P_{el} &= \eta \left(\frac{3 \bar{w}^2}{2 \rho^2 \bar{A}^2} \Delta w - \frac{\bar{w}^3}{\rho^2 \bar{A}^3} \Delta A \right)\end{aligned}$$

3.4. Calcolare la funzione di trasferimento tra le variazioni della sezione d'efflusso dell'ugello ΔA_u e le corrispondenti variazioni della potenza elettrica erogata alla rete ΔP_{el} , scrivendole in forma guadagno/costante di tempo.

$$\Delta P_{el} = \eta \frac{\bar{w}^2}{2\rho^2 \bar{A}^3} \frac{1-2s\tau}{1+\tau} \Delta A = \frac{\bar{P}_{el}}{\bar{A}} \frac{1-2s\tau}{1+\tau} \Delta A$$

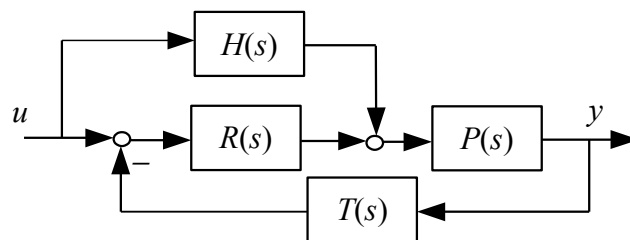
$$\tau = \frac{\rho \bar{A}^2 L}{\bar{w} A_c}$$

3.5. Tracciare il grafico qualitativo della risposta a scalino unitario corrispondente.



La risposta ha l'andamento qualitativo rappresentato in figura, dove però il valore iniziale vale -2 volte il guadagno statico, ed il tempo di assestamento è circa 5τ .

Domanda 4



$$R(s) = K \frac{1+2s}{2s}$$

$$P(s) = \frac{5}{(1+2s)}$$

$$T(s) = \frac{1}{1+s}$$

$$H(s) = 0.2$$

4.1 Calcolare la funzione di trasferimento tra l'ingresso u e l'uscita y

$$G(s) = \frac{(H(s) + R(s))P(s)}{1 + R(s)P(s)T(s)} = \frac{5(1+s)(K + (0.4+2K)s)}{(1+2s)(2s^2 + 2s + 5K)}$$

4.2 Esiste un valore di K per cui la risposta a scalino del sistema manifesta oscillazioni permanenti non smorzate? Giustificare la risposta in maniera sintetica.

Tale valore non esiste. Nell'ipotesi che il sistema abbia poli complessi coniugati, applicando il metodo di Heaviside, una componente della risposta a scalino corrisponde all'antitrasformata di funzioni che hanno a denominatore il polinomio $2s^2+2s+5K$. Perchè tale antitrasformata sia puramente sinusoidale (quindi non smorzata), occorre che il coefficiente del termine di primo grado sia nullo, ma questo non è possibile per alcun valore di K .

Domanda 5

Si consideri il sistema lineare rappresentato dalla seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = 10 \frac{1+s}{1+\alpha s+100s^2}$$

sottoposto ad un ingresso di tipo sinusoidale.

5.1 Dire per quali valori del parametro α l'uscita del sistema tende asintoticamente ad una sinusoide

Occorre che il sistema sia asintoticamente stabile, quindi deve essere $\alpha > 0$.

5.2 Scegliere il parametro α in modo che l'ampiezza asintotica dell'uscita quando la sinusoide in ingresso si trova alla frequenza di risonanza sia 50 volte maggiore dell'ampiezza asintotica dell'uscita quando la sinusoide in ingresso si trova a frequenza prossima allo zero.

Il diagramma di Bode del modulo a bassa frequenza ha un valore di 10 (+20 dB). Andando verso frequenze più elevate, in prossimità di $\omega_n = 0.01$ si trova il picco di risonanza, che ha una ampiezza pari a

$$\frac{1}{2|\xi|\sqrt{1-\xi^2}}$$

che si può approssimare con $1/2\xi$ per piccoli valori del coefficiente di smorzamento. Per soddisfare la specifica, l'ampiezza del picco deve essere 50, quindi $\xi = 0.01$. Per ottenere tale valore di smorzamento, occorre che $\alpha = 0.2$.