Controlli Automatici

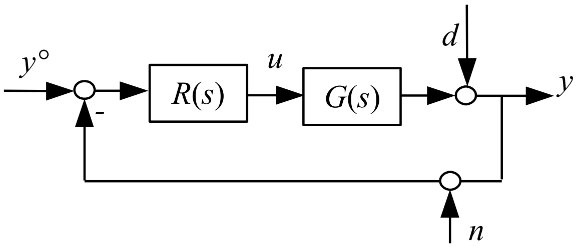
(Prof. Casella)

II Prova in Itinere – 3 Luglio 2014

TRACCIA DI SOLUZIONE

Domanda 1

Si consideri il sistema di controllo schematizzato in figura. Definire la funzione di sensitività, illustrando quindi il suo ruolo nella valutazione delle prestazioni del sistema. Tracciare infine un diagramma qualitativo del modulo della sua risposta in frequenza, assumendo che la funzione d'anello soddisfi le ipotesi del criterio di Bode.



La funzione di sensitività è definita come $S(s) = 1/(1+R(s)G(s))$. E' la f.d.t. tra il disturbo in linea di andata d e l'uscita controllata y; in quanto tale, il suo diagramma del modulo esprime il fattore di attenuazione dei disturbi in linea di andata che si ottiene impiegando il regolatore in retroazione $R(s)$.

Per quanto riguarda il diagramma di Bode del modulo, il suo andamento a frequenze inferiori alla pulsazione critica ω_c è il simmetrico rispetto all'asse 0 dB del diagramma del modulo della funzione d'anello $L(s) = R(s)G(s)$; a frequenze superiori alla pulsazione critica ω_c è circa pari ad 0 dB, mentre attorno alla pulsazione critica ω_c può avere un picco di risonanza, nel caso che il margine di fase sia inferiore ai 60°. Complessivamente, l'andamento è quello di un filtro passa-alto, corrispondente al fatto che il sistema di controllo rigetta efficacemente i disturbi a frequenze inferiori alla pulsazione critica (tanto più quanto più è alto il modulo della funzione d'anello), mentre lascia sostanzialmente invariati quelli a frequenze superiori.

Domanda 2

Spiegare come si può implementare un regolatore di tipo PID avendo a disposizione un attuatore di tipo on-off che si presti a commutazioni frequenti senza particolari inconvenienti.

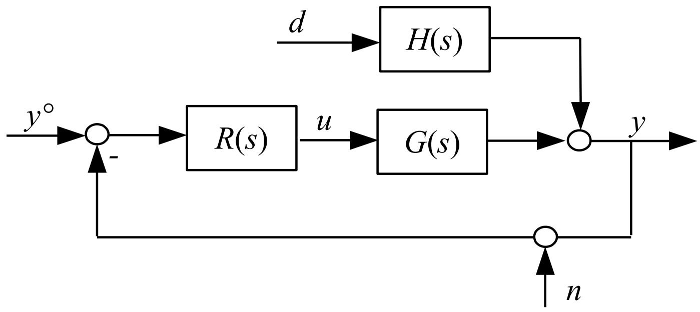
Si può collegare l'uscita ad un generatore a modulazione d'ampiezza d'impulsi (PWM), che ad ogni periodo di campionamento accende l'attuatore per una frazione del periodo proporzionale alla ampiezza del segnale di controllo in quel periodo. Perché il sistema funzioni in modo simile a quello che si otterrebbe con un attuatore modulante, è necessario che periodo di campionamento sia molto piccolo rispetto al polo dominante del sistema da controllare e rispetto al tempo di risposta del sistema ad anello chiuso. Il segnale on-off in uscita dal generatore PWM può essere idealmente scomposto nella sua componente media, che riflette i valori in uscita dal regolatore PID, ed in una componente ad alta frequenza e media nulla; il processo da controllare filtra la componente ad alta frequenze, ottenendo quindi lo stesso andamento dell'uscita che si sarebbe ottenuto con un attuatore modulante.

Domanda 3

Si consideri il seguente sistema di controllo (l'unità di misura delle costanti di tempo è il secondo), dove R(s) è un regolatore PID reale con $K_p = 0.04$, $T_i = 2$, $T_d = 0.4$, $N = 5$:

$$G(s)=\frac{50}{s(1+0.4s)(1+0.2s)}$$

$$H(s)=\frac{50}{s}$$



3.1 Calcolare l'errore a transitorio esaurito a fronte di variazioni a scalino unitarie del riferimento $y°$ e del disturbo d.

Supposto che il sistema sia asintoticamente stabile (come risulta dal valore del margine di fase calcolato al punto successivo), applicando il teorema del valore finale si trova che l'errore è nullo in entrambi i casi.

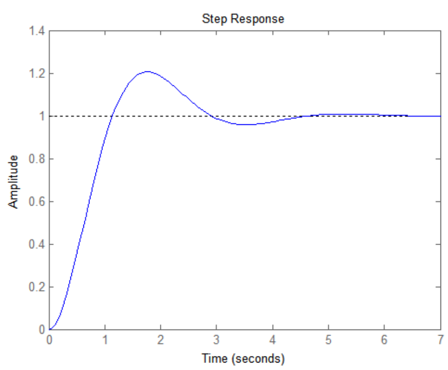
3.2 Calcolare la pulsazione critica ed il margine di fase del sistema di controllo. Tracciare quindi un diagramma qualitativo della risposta della variabile controllata y ad uno scalino unitario applicato al riferimento $y°$.

$$L(s)=0.04\frac{(1+2s)(1+0.4s)}{2s(1+0.08s)}\frac{50}{s(1+0.4s)(1+0.2s)}=\frac{1+2s}{2s}\frac{2}{s(1+0.2s)(1+0.08s)}$$

$$\omega_c=2$$

$$\varphi_m=180°-180°+atan(4)-atan(0.4)-atan(0.16)=45°$$

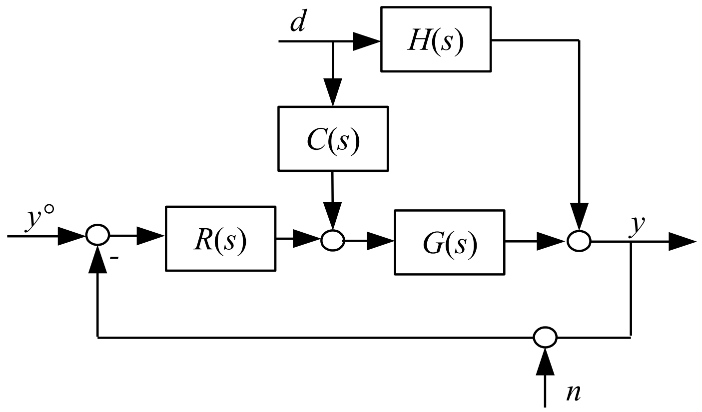
La risposta può essere approssimata da quella di una f.d.t. con guadagno unitario e una coppia di poli complessi coniugati con $\omega_n = 2$, $\xi = 0.45$. Il tempo di assestamento è circa 5 s, lo pseudo-periodo delle oscillazioni circa 3 s.



3.3 Valutare l'ampiezza asintotica delle oscillazioni della variabile di controllo u a fronte di un andamento sinusoidale del disturbo in linea di andata d con ampiezza unitaria e periodo pari a 100 secondi.

La f.d.t. tra l'ingresso e l'uscita in questione è $-H(s)R(s)/(1+R(s)G(s))$. Il disturbo ha una pulsazione di 0.063 rad/s, quindi si trova all'interno della banda del sistema, dove tale funzione può essere approssimata come $-H(s)/G(s)$. Il diagramma del modulo di $G(s)$ nell'intervallo attorno a quella frequenza è approssimabile a quello di 50/s, quindi il modulo della funzione di trasferimento cercata vale circa 1, che per il teorema della risposta in frequenza è anche l'ampiezza asintotica delle oscillazioni di u.

3.4 Progettare un compensatore statico del disturbo d, indicando in quale banda di frequenze esso risulti efficace.



Il compensatore ideale avrebbe funzione di trasferimento $C^*(s) = -H(s)/G(s) = -(1+0.4s)(1+0.2s)$, mentre il compensatore statico ha funzione di trasferimento $C(s) = -1$.

La reiezione del disturbo da parte del compensatore è quindi efficace nella banda di frequenze in cui $C^*(j\omega) \approx C(j\omega)$, ossia per $\omega << 2.5$ rad/s

3.5 Si supponga ora di porre N = 20. Spiegare sinteticamente quali effetti positivi e negativi ciò comporti sulle prestazioni del sistema.

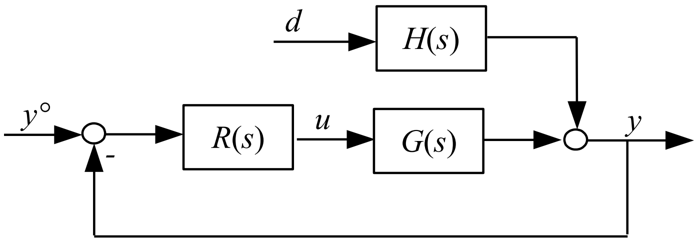
L'effetto positivo è un aumento del margine di fase di circa 7°, con un aumento dello smorzamento delle risposte del sistema ed una maggiore robustezza delle prestazioni del sistema rispetto alle incertezza sulla dinamica del processo da controllare. L'effetto negativo è l'aumento di un fattore 4 del modulo della sensitività del controllo ad alta frequenza, il che comporta un effetto molto più accentuato dei disturbi ad alta frequenza sul controllo.

Domanda 4

Si consideri il seguente sistema di controllo (l'unità di misura delle costanti di tempo è il secondo):

$$G(s)=0.1\frac{1}{(1+1000s)(1+200s)(1+100s)}$$

$$H(s)=20\frac{1+s}{1+1000s}$$



4.1 Progettare un regolatore di tipo PI (o PID, se necessario) con una banda di 1.5 10^{-3} rad/s ed un margine di fase di almeno 60°.

La specifica richiede $\varphi_m = 180° + \angle G(j\omega_c) + \angle R(j\omega_c) > 60°$.

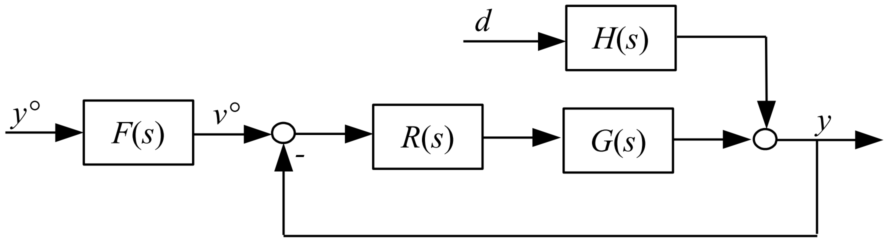
La fase $\angle G(j\omega_c) = -82°$, pertanto deve essere per soddisfare la specifica occorre che $\angle R(j\omega_c) > 60° - 180° + 82° > -38°$. Non occorrendo un anticipo di fase alla pulsazione critica, si conclude che è sufficiente un regolatore PI per soddisfare la specifica. Si può prendere ad esempio:

$$K_p=15, T_i=1000$$
$$\varphi_m=64°$$

4.2 Tracciare un diagramma qualitativo della risposta della variabile controllata y ad uno scalino del riferimento $y°$.

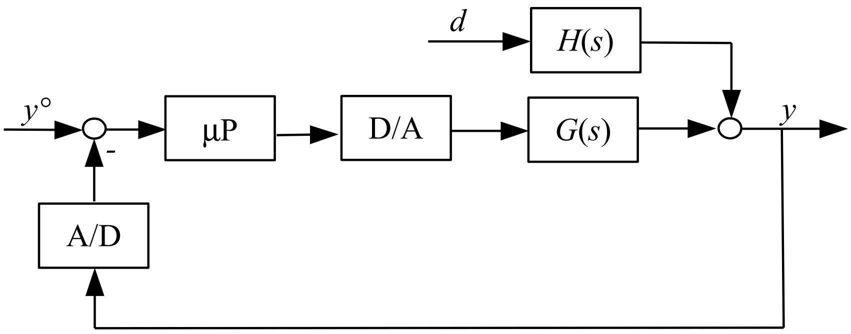
Dato l'elevato margine di fase, in prima approssimazione il sistema risponde come un sistema del primo ordine con guadagno unitario, costante di tempo 670 s e tempo di assestamento 3300 s.

4.3 Progettare uno schema di controllo che garantisca la stessa risposta dell'uscita y e del controllo u a variazioni del disturbo d ottenuta col regolatore progettato in precedenza, ma che permetta di ridurre di un fattore 3 il tempo di assestamento ad una variazione a scalino del riferimento $y°$.



Si può ricorrere ad uno schema a due gradi di libertà con prefiltraggio del riferimento. La funzione di trasferimento tra $v°$ e y può essere approssimata dalla funzione
$F_1(s) = 1/(1+670s)(1+200s)(1+100s)$, ed ha un polo dominante con costante di tempo 670s. Anteponendo un filtro $F(s) = (1+670s)/(1+223s)$ si ottiene una funzione di trasferimento tra y° e y con le caratteristiche desiderate, senza modificare la risposta del sistema al disturbo d rispetto a quanto ottenuto al punto 5.1.

4.4 Tracciare lo schema a blocchi di una implementazione digitale del sistema progettato al punto 4.1. Nell'ipotesi che il ritardo di elaborazione sia pari all'intero periodo di campionamento T_c, scegliere tale periodo in modo che la riduzione di margine di fase rispetto all'implementazione analogica non superi i 10°.



Il blocco A/D converte le misure a tempo continuo di y in quantità digitali con un periodo T_c. Il microprocessore esegue, sempre con periodo T_c, un programma basato su algoritmi di calcolo numerico che approssima la dinamica del regolatore PI progettato in precedenza. I valori calcolati sono poi convertiti in quantità analogiche dal convertitore D/A ed inviate agli attuatori del sistema.

L'implementazione digitale aggiunge un ritardo alla funzione d'anello che è la somma del ritardo intrinseco di campionamento, pari a $T_c/2$, e del tempo di elaborazione, che è pari a T_c. La perdita di margine di fase è quindi pari a:

$$\Delta\varphi_m = -\frac{3}{2} T_c \omega_c \frac{180°}{\pi} > -10°$$

da cui si ricava $T_c < 78$ s.