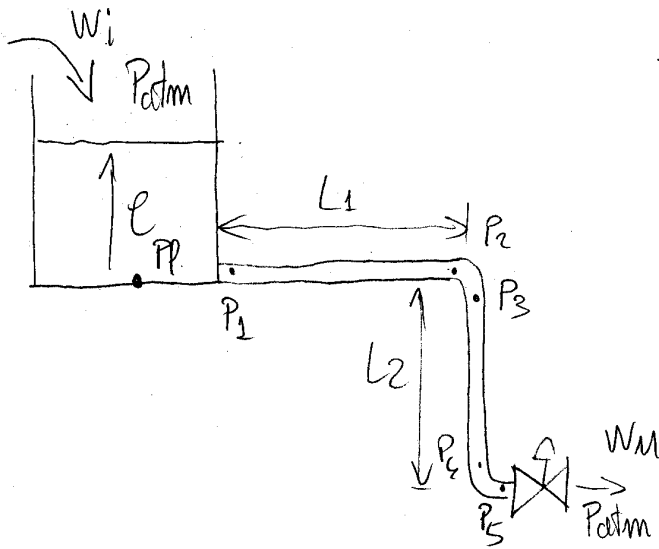


PROCESSI IDRAULICI - ES

(1)

- CONTROLLO DI LIVELLO IN UN SERBATOIO



- Un serbatoio cilindrico di sezione A riceve una portata variabile w_i da un processo a monte, e scarica attraverso una tubazione e una valvola di regolazione

- L'obiettivo di controllo è mantenere il livello e costante agendo sulla valvola di regolazione
- si chiede di analizzare la dinamica rilevante per il controllo e di progettare il sistema di controllo del livello
- Dati dimensionali e regime di riferimento

$$A = 0.2 \text{ m}^2$$

$$\bar{e} = 2 \text{ m}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$L_1 = 15 \text{ m}$$

$$\bar{w}_i = 10 \text{ kg/s}$$

$$L_2 = 5 \text{ m}$$

$$\bar{u}_{tubaz} = 2 \text{ m/s}$$

- Deriviamo inizialmente un modello dettagliato del processo

- Serbatoio PROCESSI IDRAULICI - ES

(2)

$$\frac{A}{g} \frac{dP}{dt} = w_i - w_u \quad (1)$$

$$P_p - P_{atm} = \rho g l \quad (2)$$

(NB w_u è uniforme lungo tutta la tubazione fino alla valvola)

- Tubazioni

$$\frac{L_1}{A_t} \frac{dw_u}{dt} + (P_2 - P_1) + \frac{c_f}{2} \frac{w L_1}{\rho A_t^3} w_u^2 = 0 \quad (3)$$

$$\frac{L_2}{A_t} \frac{dw_u}{dt} + (P_4 - P_3) - \rho g L_2 + \frac{c_f}{2} \frac{w L_2}{\rho A_t^3} w_u^2 = 0 \quad (4)$$

- Perdite di carico concentrate

$$P_p - P_1 = \rho \frac{u^2}{2} \quad (5)$$

$$P_2 - P_3 = 0.6 \rho \frac{u^2}{2} \quad (6)$$

$$P_4 - P_5 = 0.6 \rho \frac{u^2}{2} \quad (7)$$

NB: A_t è uniforme $\rightarrow u$ è uniforme lungo tutta la tubazione

$$u = \frac{w}{\rho A_t} \quad (8)$$

- Valvole di regolazione

$$w_u = K_v \sqrt{\rho (P_5 - P_{atm})} \quad (9)$$

- Bilancio equazioni/variabili

Incongnite $P_p, l, w_u, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, u$ (9) \Leftrightarrow 9 equazioni

PROCESSI IDRAULICI - FS

(3)

- Calcolo parametri incogniti

$$\bar{w}_m = \bar{w}_i = \rho A_t \bar{u}$$

$$A_t = \frac{\bar{w}_i}{\rho \bar{u}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

se il condotto è circolare

$$w = 2 \sqrt{\pi A} = 0.25 \text{ m}$$

assumiamo $c_f = 0.005$

- Calcolo regime

Pompa $\frac{dP}{dt} = 0$, $\frac{dW_m}{dt} = 0$. Le corrispondenti equazioni sono in questo caso risolvibili in sequenza, dati \bar{e} , \bar{w}_i

$$\bar{w}_m = \bar{w}_i = 10 \text{ kg/s} \quad (1)$$

$$\bar{P}_f - \bar{P}_1 = \rho \frac{\bar{u}^2}{2} = 2000 \text{ Pa} \quad (5)$$

$$\bar{P}_1 - \bar{P}_2 = \frac{c_f}{2} \frac{w L_1}{\rho A_t^3} \bar{w}_i^2 = 7500 \text{ Pa} \quad (3)$$

$$\bar{P}_2 - \bar{P}_3 = 0.6 \rho \frac{\bar{u}^2}{2} = 1200 \text{ Pa} \quad (6)$$

$$\bar{P}_3 - \bar{P}_4 = \frac{c_f}{2} \frac{w L_2}{\rho A_t^3} \bar{w}_i^2 - \rho g L_2 = 2500 - 49050 = -46550 \text{ Pa} \quad (5)$$

$$\bar{P}_4 - \bar{P}_5 = 0.6 \rho \frac{\bar{u}^2}{2} = 1200 \text{ Pa} \quad (7)$$

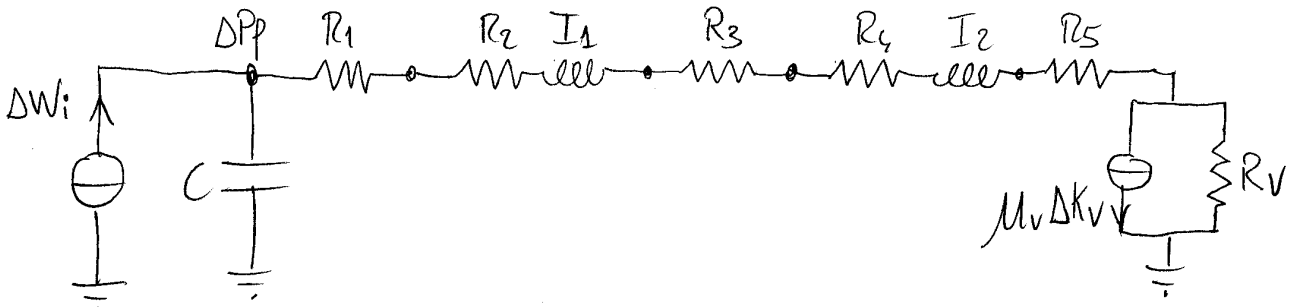
$$\bar{K}_v = \frac{\bar{w}_m}{\sqrt{\rho (\bar{P}_5 - P_{atm})}} = \frac{10}{\sqrt{1000 \cdot 54350}} = 1.35 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\bar{P}_f - \bar{P}_{atm} = \rho g \bar{e} = 19600 \text{ Pa}$$

PROCESSI IDRAULICI - ES

(4)

- Dinamica linearizzata - circuito equivalente



$$R_1 = \frac{2(\bar{P}_p - \bar{P}_1)}{\bar{w}_i} = 400$$

$$R_v = \frac{2(\bar{P}_s - P_{atm})}{\bar{w}_i} = 10870$$

$$R_2 = \frac{2(\bar{P}_1 - \bar{P}_2)}{\bar{w}_i} = 1500$$

$$I_1 = \frac{L_1}{A_t} = 3000$$

$$R_3 = \frac{2(\bar{P}_2 - \bar{P}_3)}{\bar{w}_i} = 240$$

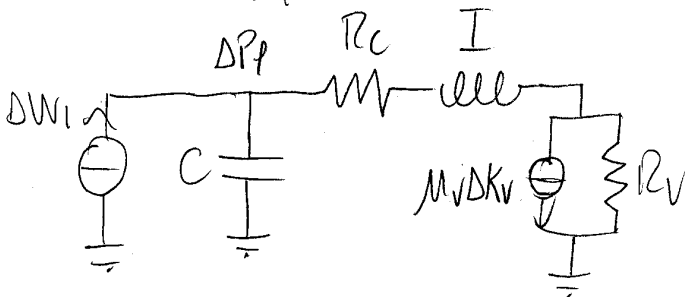
$$I_2 = \frac{L_2}{A_t} = 1000$$

$$R_4 = \frac{2(\bar{P}_3 - \bar{P}_4)_{\text{attubo}}}{\bar{w}_i} = 500$$

$$C = \frac{A}{g} = 0.02$$

$$R_5 = \frac{2(\bar{P}_4 - \bar{P}_5)}{\bar{w}_i} = 240$$

$$\mu_v = \frac{\bar{w}_i}{\bar{K}_v} = 7400$$



$$R_c = \sum_k R_k = 2880$$

$$I = I_1 + I_2 = 4000$$

$$\frac{\Delta Pp}{\Delta K_v} = \frac{\mu_v R_v}{sI + R_c + \frac{1}{sC} + R_v} \cdot \frac{1}{sC} = -\mu_v \frac{R_v}{1 + s(R_v + R_c)C + s^2 CI}$$

corrente entrante nel condensatore

PROCESSI IDRAULICI - ES

(5)

- Valutazione approssimata dei poli

$$(1+sT_1)(1+sT_2) = 1 + s(T_1+T_2) + s^2 T_1 T_2 = 1 + as + bs^2$$

$$\text{se } T_1 \gg T_2 \quad T_1 \approx a \quad T_2 \approx \frac{b}{a}$$

- Fdt processo

$$\frac{\Delta h}{\Delta K_V} = \frac{1}{\rho g} \frac{\Delta P_p}{\Delta K_V} = - \frac{M_V}{\rho g} \frac{R_V}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

$$T_1 \approx (R_V + R_C) C = 275 \text{ s}$$

$$T_2 \approx \frac{CI}{T_1} = \frac{I}{R_V + R_C} = 0.3 \text{ s}$$

- Osservazioni

- L'influenza della resistenza distribuita (2000) ha un'influsso modesto sulla fdt - trascurandola si sbaglierebbe T_1 del 15%. Le resistenze concentrate contano ancor meno
- L'effetto inerziale si manifesta in una costante di tempo molto veloce, rispetto alla dinamica tipica del controllo di livello
- Si potrebbe quindi basare il progetto del sistema di controllo su un modello semplificato, che trascuri l'inerzia e le perdite lungo la linea

$$G(s) = \frac{\Delta l}{\Delta K_v} = - \frac{M_v}{\rho g} \frac{R_v}{1 + s R_v C}$$

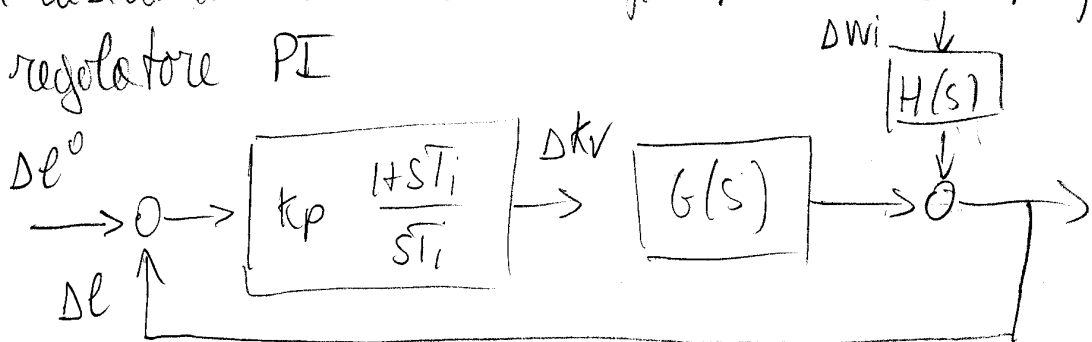
con $R_v = \frac{2(\bar{P}_s - \bar{P}_{atm})_{modulo}}{\bar{W}_i} = \frac{2\rho g(\bar{l} + L_2)}{\bar{W}_i} = 13700$

- Progetto del regolatore

- Con la portata di progetto (10 kg/s) il serbatoio, che contiene a regime $\bar{M} = \rho A \bar{l} = 400 \text{ kg}$ di liquido, si riempie e svuota in 40 s. Se ci si aspetta di avere variazioni a scalino di w_i attorno al 50%, occorrerà che il tempo di reazione del sistema di controllo sia $\ll 80 \text{ s}$. Ipotizziamo $\omega_c = 0.2 \text{ rad/s}$
- Le fdt del disturbo Δw_i all'uscita vale (sul modello approx)

$$H(s) = \frac{\Delta l}{\Delta w_i} = \frac{1}{\rho g} \frac{\Delta P_f}{\Delta w_i} = \frac{1}{\rho g} \frac{R_v}{1 + R_v C}$$

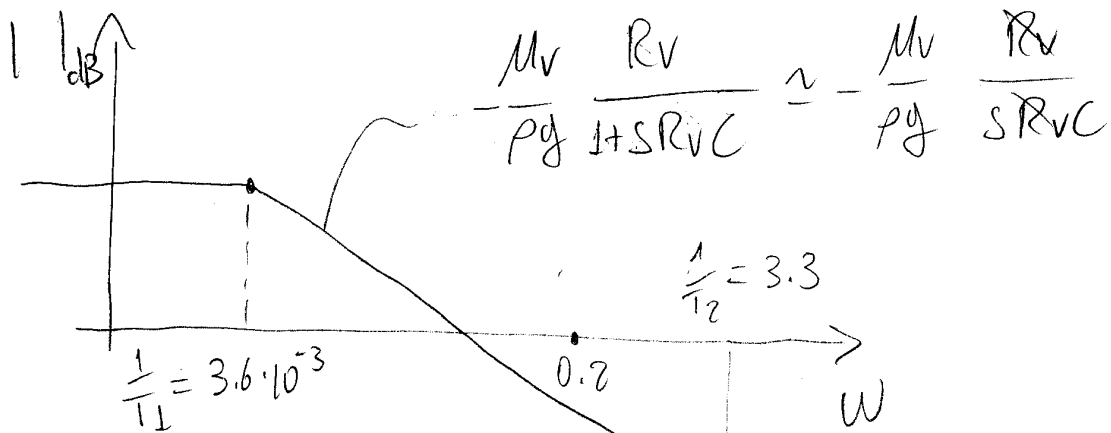
- Se si desidera errore nullo a regime, conviene impiegare un regolatore PI



PROCESSI IDRAULICI - ES

(7)

- Si noti che per un largo tubo attorno alla pulsazione critica, il diagramma di Bode di $G(s)$ coincide con quello di un integratore



$$G(s) \approx - \frac{M_V}{P_g} \frac{1}{sC} = \frac{M_V}{P_g} \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{s} = - \frac{\bar{w}_i}{K_V} \frac{1}{PA} \cdot \frac{1}{s}$$

- Si può progettare il PI calcolando K_p che porti la frequenza di taglio al valore desiderato, e $T_i = \frac{4}{\omega_c} = 40$ s garantire un buon margine di fase

$$- \frac{\bar{w}_i}{K_V} \frac{1}{PA} \cdot K_p = \omega_c$$

tempo ricambio $\hat{\tau}_r$

$$K_p = \omega_c \frac{K_V}{\bar{w}_i} PA = \omega_c \frac{K_V}{\bar{e}} \cdot \frac{PA\bar{e}}{\bar{w}_i} = \omega_c \hat{\tau}_r \frac{K_V}{\bar{e}}$$

- Si può anche...

- Cambiamento del punto di lavoro

• Supponiamo di non varare sostanzialmente \bar{l} , ma solo \bar{w}_i . In generale, guadagno e c.d.t. di $G(s)$ cambieranno, rendendo necessaria una ritoccatura del regolatore (gain scheduling)

• In questo caso ciò non è necessario. la posizione dei due poli rimane ben distante da ω_c anche per variazioni di w_i di $\pm 50\%$

• Il guadagno di $G(s)$ attorno ad ω_c rimane circa costante:

$$\frac{\bar{w}_i}{\bar{K}_V} \frac{1}{\rho A} = \frac{\bar{K}_V \sqrt{\rho (P_s - P_{atm})}}{\bar{K}_V} \frac{1}{\rho A} \approx \text{cost}$$

(si si trascurano le perdite)

• Un regolatore a parametri fissi darà quindi buone prestazioni anche in presenza di grandi variazioni di w_i

- Osservazione

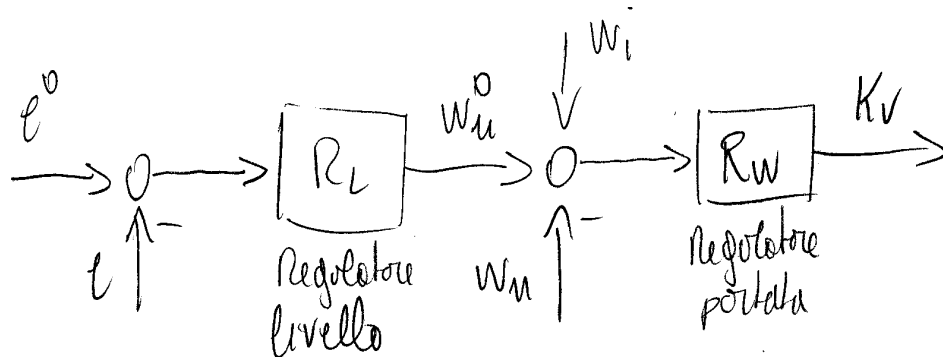
In questo studio abbiamo trascurato la dinamica degli attuatori (posizionatori delle valvole) che corrisponde tipicamente ad un passa-basso $\frac{1}{1+sT}$ $0.5s < T < 3s$ in cascata ad un limitatore di velocità.

PROCESSI IDRAULICI - ES

(9)

- Strutture di controllo avanzate

- In molti casi il controllo del livello non è critico
 - disturbi modesti / lentamente variabili
 - ridotta precisione richiesta
- Si tenga però presente che le misure di livello sono spesso rumorose, e non permettono quindi bande troppo elevate del controllore in retroazione
- In casi critici, si può migliorare la riduzione dei disturbi introducendo il cosiddetto controllo a tre elementi
 - controllo in cascata della portata uscente (riduce gli effetti dei disturbi agenti sulla portata uscente, regolazione rapida)
 - compensazione della portata entrante
 - controllo PI del livello



(occorrono 3 misure: l, w_m, w_i)

PROCESSI IDRAULICI - ES

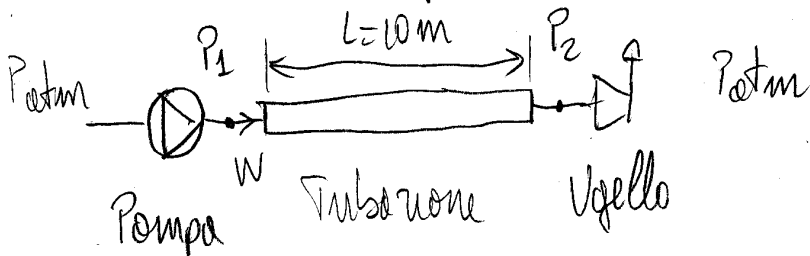
(10)

- CONTROLLO DI PRESSIONE E PORTATA

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

- Si consideri il seguente circuito

$$\bar{w} = 1 \text{ kg/s}$$



$$\bar{u}_{ug} = 40 \text{ m/s}$$

$$\bar{u}_{tub} = 2 \text{ m/s}$$

- Una pompa fluidodinamica a giri variabili aspira liquido a pressione circa atmosferica e lo immette in una condotta terminata da un ugello a sezione variabile

- Obiettivi del controllo

- Mantenere costante la velocità di uscita del fluido
- Regolare la portata uscente con la massima banda possibile

- Il posizionatore dell'ugello (di tipo idraulico) ha una dinamica

$$\text{del tipo } \alpha = \alpha^0 \cdot \frac{1}{1+sT_{au}} \quad T_{au} = 0.3 \text{ s}$$

- L'azionamento della pompa ha una dinamica del tipo

$$n = n^0 \cdot \frac{1}{1+sT_{ap}} \quad T_{ap} = 2 \text{ s}$$

- Volutare la dinamica del sistema e progettare il sistema di controllo, eventualmente proponendo modifiche al circuito

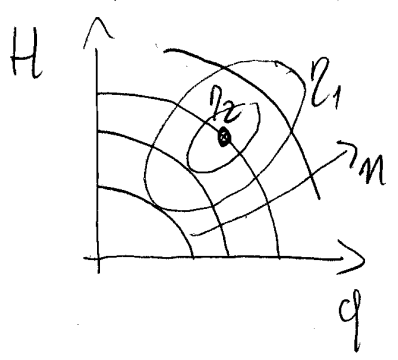
- Dimensionamento

$$\bar{w} = \rho A_t \bar{u}_t \Rightarrow A_t = \frac{\bar{w}}{\rho \bar{u}_t} = 5 \cdot 10^{-4} \quad w = 2\sqrt{\pi A} = 0.079 \text{ m}$$

$$\bar{P}_2 - \bar{P}_{atm} = \rho \left(\frac{u_{ng}^2}{2} - \frac{u_t^2}{2} \right) = 800'000 \text{ Pa} = 8 \text{ bar}$$

- Modello

• Pompa fluidodinamica



- Si cerca di dimensionare la pompa in modo che lavori nel punto di rendimento max
- Supponiamo curve paraboliche

- Alla velocità nominale q_0

$$H_0 = a - b q_0^2$$

trascurando le perdite di carico nella tubazione, ci occorre

$$H_0 = \frac{(\bar{P}_2 - \bar{P}_{atm})}{\rho g} = 81.5 \text{ m}$$

$$q_0 = \frac{\bar{w}}{\rho} = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

- Supponiamo di aver trovato a catalogo una pompa con la caratteristica voluta

$$a = 100 \text{ m} \quad b = 1.85 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{(\text{kg/s})^2} \quad \bar{n} = 1000 \text{ giri/min}$$

- Applicando il principio della similitudine cinematica per le macchine a fluido incomprimibile, possiamo stimare la caratteristica al variare di n

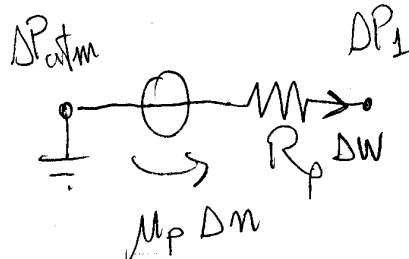
$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{n}{n_0}\right)^2 \quad \frac{q}{q_0} = \frac{n}{n_0} \quad \frac{\eta}{\eta_0} = 1$$

$$H \left(\frac{n_0}{n}\right)^2 = a - b \left(q \frac{n_0}{n}\right)^2$$

$$H = a \left(\frac{\dot{m}}{m_0}\right)^2 - b q^2$$

$$\frac{\Delta P_L}{\rho g} = a \frac{2\bar{n}}{m_0^2} \Delta n - 2b \bar{q} \Delta q \quad \text{sia } \bar{n} = m_0$$

$$\Delta P_L = 2a \rho g \frac{\Delta n}{\bar{n}} - 2b g \bar{q} \Delta w$$



$$M_p = \frac{2a \rho g}{\bar{n}} = 1600$$

$$R_p = 2b g \bar{q} = 363000$$

• Tubazione

$$\frac{L}{A_t} \frac{dw}{dt} + (P_2 - P_1) + \frac{c_f}{2} \frac{wL}{\rho A_t^3} w^2 = 0$$

• Ugello

$$w = A_u \sqrt{2\rho(P_2 - P_{atm})}$$

$$u = \frac{w}{\rho A_u} = \sqrt{2 \frac{P_2 - P_{atm}}{\rho}} \Rightarrow$$

Regolare u vuol dire regolare P_2 !!

- Condizioni di regime (dati \bar{w}, \bar{u})

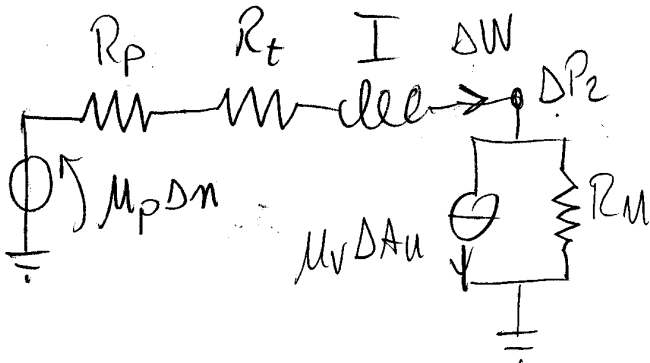
$$\bar{P}_1 - \bar{P}_2 = \frac{c_f}{2} \frac{wL}{\rho A_t^3} \bar{w}^2 = 15800 \text{ Pa}$$

$$\bar{P}_2 - \bar{P}_{atm} = \rho \frac{u^2}{2} = 800'000 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_1 - P_{atm}}{\rho g} = a \left(\frac{\bar{n}}{n_0} \right)^2 - b \bar{q}^2 \Rightarrow \bar{n} = n_0 \sqrt{\frac{\frac{P_1 - P_{atm}}{\rho g} - b \bar{q}^2}{a}} \approx n_0$$

$$\bar{A}_u = \frac{\bar{w}}{\rho \bar{u}} = 2.5 \cdot 10^{-5}$$

- Circuito equivalente



$$R = R_p + R_t = 394'000$$

$$R_p = 363'000$$

$$R_t = 2 \frac{\bar{P}_1 - \bar{P}_2}{\bar{w}} = 31'600$$

$$I = \frac{L}{A_t} = 20'000$$

$$R_u = 2 \frac{\bar{P}_2 - \bar{P}_{atm}}{\bar{w}} = 1'600'000$$

$$M_p = 1600$$

$$M_u = \frac{\bar{w}}{A_t} = 2000$$

- F.d.T per il controllo

Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti si trova:

$$\frac{\Delta W_u}{\Delta A_u} = \mu_u \frac{R_u}{R + sI + R_u} = \mu_u \frac{R_u}{R_u + R} \frac{1}{1 + sT}$$

$$\frac{\Delta P_z}{\Delta A_u} = - \frac{\Delta W_u}{\Delta A_u} (R + sI) = - \mu_u \frac{R_u // R}{1 + sT}$$

$$\frac{\Delta W_u}{\Delta n} = \mu_p \frac{1}{R + sI + R_u} = \frac{\mu_p}{R_u + R} \frac{1}{1 + sT}$$

$$\frac{\Delta P_z}{\Delta n} = R_u \frac{\Delta W_u}{\Delta n} = \mu_p \frac{R_u}{R_u + R} \frac{1}{1 + sT}$$

$$T = \frac{I}{R_u + R} = 0.01 \text{ s}$$

$$\tau = \frac{I}{R} = 0.05 \text{ s}$$

→ L'effetto inerziale introduce un ritardo nella risposta delle p e z e un onchapo nella z . La dinamica è comunque molto più veloce di quelle rilevanti per il controllo, e quindi trascurabile a tali effetti

- Accoppiamento variabili - RGA

$$\begin{bmatrix} \Delta W \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_u \frac{R_u}{R_u + R} & M_P \frac{1}{R_u + R} \\ -M_u \frac{R_u R}{R_u + R} & M_P \frac{R_u}{R_u + R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta A_u \\ \Delta n \end{bmatrix}$$

$$RGA = \begin{bmatrix} \lambda & 1-\lambda \\ 1-\lambda & \lambda \end{bmatrix}$$

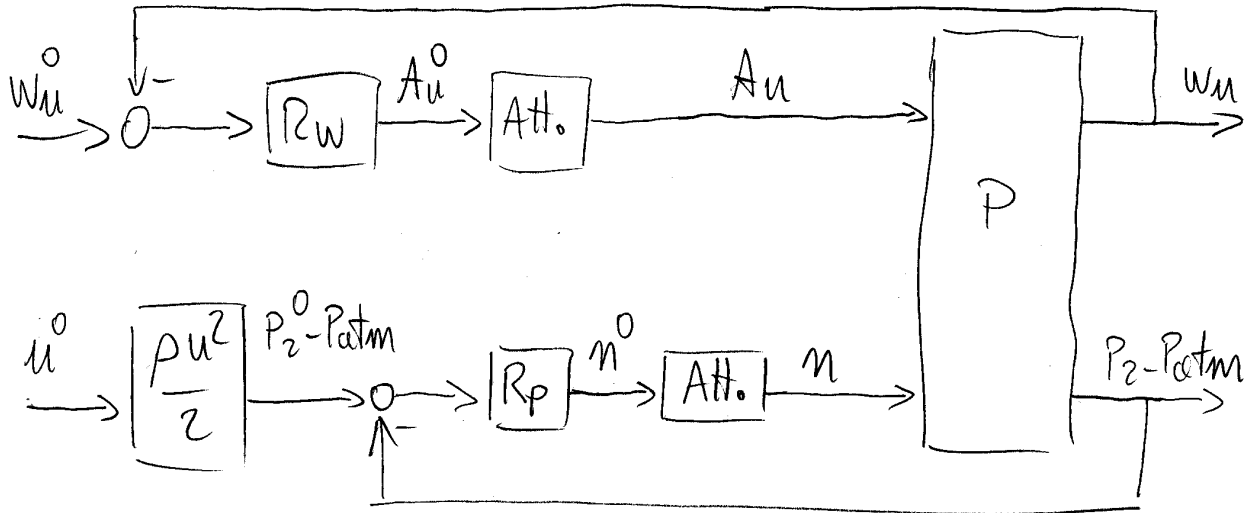
$$\lambda = \frac{g_{11} g_{22}}{g_{11} g_{22} - g_{12} g_{21}} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_u}}$$

$$RGA = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}$$

- L'accoppiamento selezionato è corretto (pompa \leftrightarrow pressione, ugello \leftrightarrow portata) e l'interazione modesta. Si può pensare di adottare un sistema decentralizzato. Per migliori prestazioni, si può introdurre un disaccoppiatore

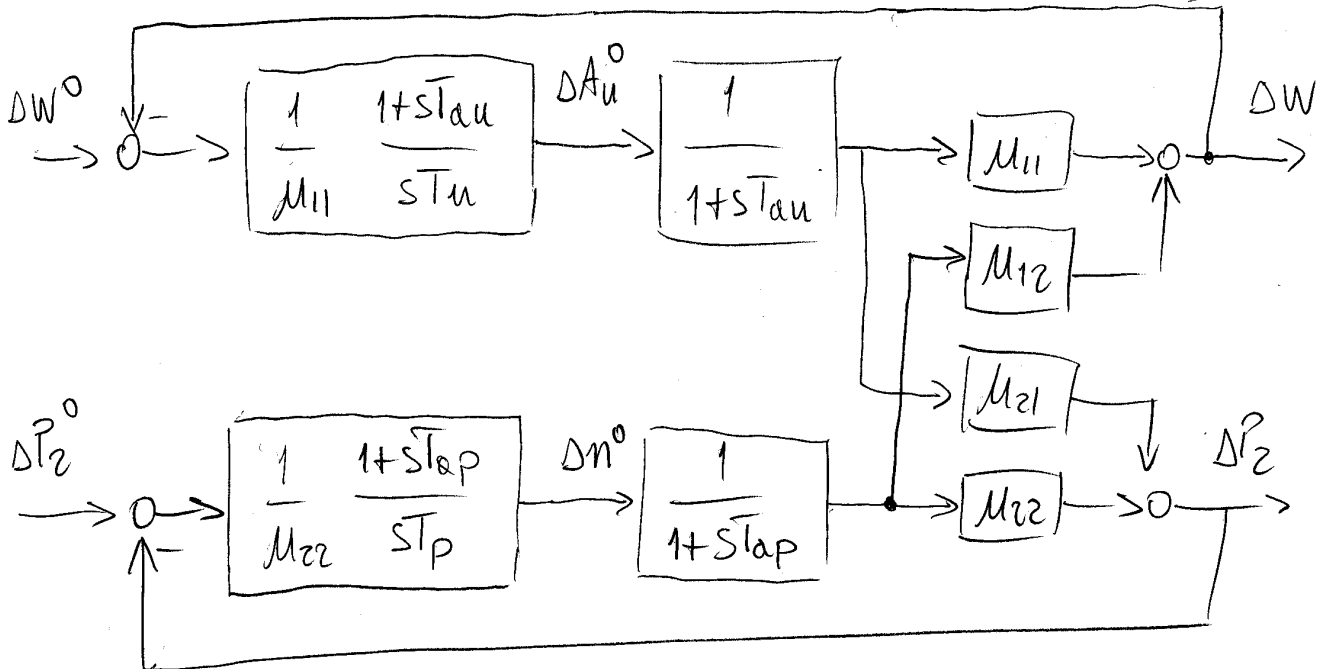
- Come criterio di taratura dei regolatori, cerchiamo di ottenere le migliori prestazioni possibili, facendo però in modo che, a fronte di variazioni o scalini del set point di portata, non ci siano sovraelongazioni dei segnali di controllo, che porterebbero ad un affaticamento degli attuatori

- Schema di controllo (decentralizzato)



- Stante il tipo di processo, non si richiedono regolazioni particolarmente sofisticate - bastano due regolatori PI

- Taratura regolatori: lo schema alle variazioni è il seguente:



PROCESSI IDRAULICI - ES

(17)

- Poichè la RGA è prossima alla matrice identità, è possibile in prima approssimazione valutare le f.d.t. d'anello di due regolatori ignorando l'interazione

$$L_{11}(s) \approx \frac{1}{M_{11}} \frac{1+s\bar{T}_{1u}}{s\bar{T}_{1u}} \quad M_{11} = \frac{1}{s\bar{T}_{1u}} \quad \omega_{cu} = \frac{1}{T_u} \quad \phi_m = 90^\circ$$

$$L_{22}(s) \approx \frac{1}{M_{22}} \frac{1+s\bar{T}_{2p}}{s\bar{T}_{2p}} \quad M_{22} = \frac{1}{s\bar{T}_{2p}} \quad \omega_{cp} = \frac{1}{T_p} \quad \phi_m = 90^\circ$$

- Valutiamo le f.d.t. rilevanti

$$\frac{\Delta W}{\Delta W^0} \approx \frac{L_{11}(s)}{1+L_{11}(s)} = \frac{1}{1+s\bar{T}_{1u}} \quad (1)$$

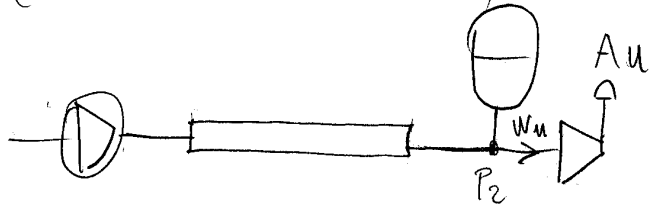
$$\frac{\Delta A_u^0}{\Delta W^0} \approx \frac{1}{M_{11}} \frac{1+s\bar{T}_{1u}}{s\bar{T}_{1u}} \cdot \frac{1}{1+L_{11}(s)} = \frac{1}{M_{11}} \frac{1+s\bar{T}_{1u}}{1+s\bar{T}_{1u}} \quad (2)$$

$$\frac{\Delta P_2}{\Delta W^0} \approx \frac{\Delta A_u^0}{\Delta W^0} \frac{1}{1+s\bar{T}_{1u}} M_{21} \frac{1}{1+L_{22}(s)} = \frac{M_{21}}{M_{11}} \frac{1}{1+s\bar{T}_{1u}} \frac{s\bar{T}_{2p}}{1+s\bar{T}_{2p}} \quad (3)$$

$$\frac{\Delta n^0}{\Delta W^0} \approx \frac{\Delta P_2}{\Delta W^0} \frac{1}{M_{22}} \frac{1+s\bar{T}_{2p}}{s\bar{T}_{2p}} = \frac{M_{21}}{M_{11}M_{22}} \frac{1}{1+s\bar{T}_{1u}} \frac{1+s\bar{T}_{2p}}{1+s\bar{T}_{2p}} \quad (4)$$

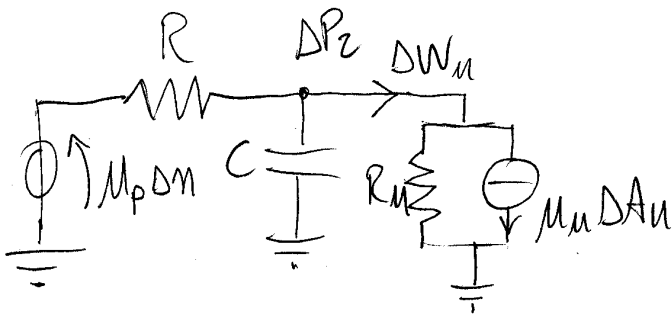
- Per evitare sovralongorioni nella (2) e nella (4), occorre che $T_u \geq \bar{T}_{1u}$ e $T_p \geq \bar{T}_{2p}$ - la banda max si ottiene ponendo $T_u = \bar{T}_{1u}$, $T_p = \bar{T}_{2p}$

- Come ridurre l'effetto di ΔW_u su P_2 ?
- Possibile soluzione: introdurre un polmone smorzatore (serbatoio in pressione) subito a monte dell'ugello



per ridurre l'effetto delle variazioni di A_u su P_2

- circuito equivalente (trascuriamo l'inerzia)



$$C \approx \frac{\rho V_0}{\bar{P}_g}$$

$$\bar{P}_g \approx \bar{P}_2$$

- F.o.d.T

$$\begin{bmatrix} \Delta W_u \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_u \frac{R_u}{R_u + R} \frac{1+s\tau}{1+sT} & \frac{M_p}{R_u + R} \frac{1}{1+sT} \\ -M_u \frac{R_u}{R_u + R} \frac{1}{1+sT} & M_p \frac{R_u}{R_u + R} \frac{1}{1+sT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta A_u \\ \Delta n \end{bmatrix}$$

- costanti di tempo $T = R // R_u \cdot C$ $\tau = RC \approx T$

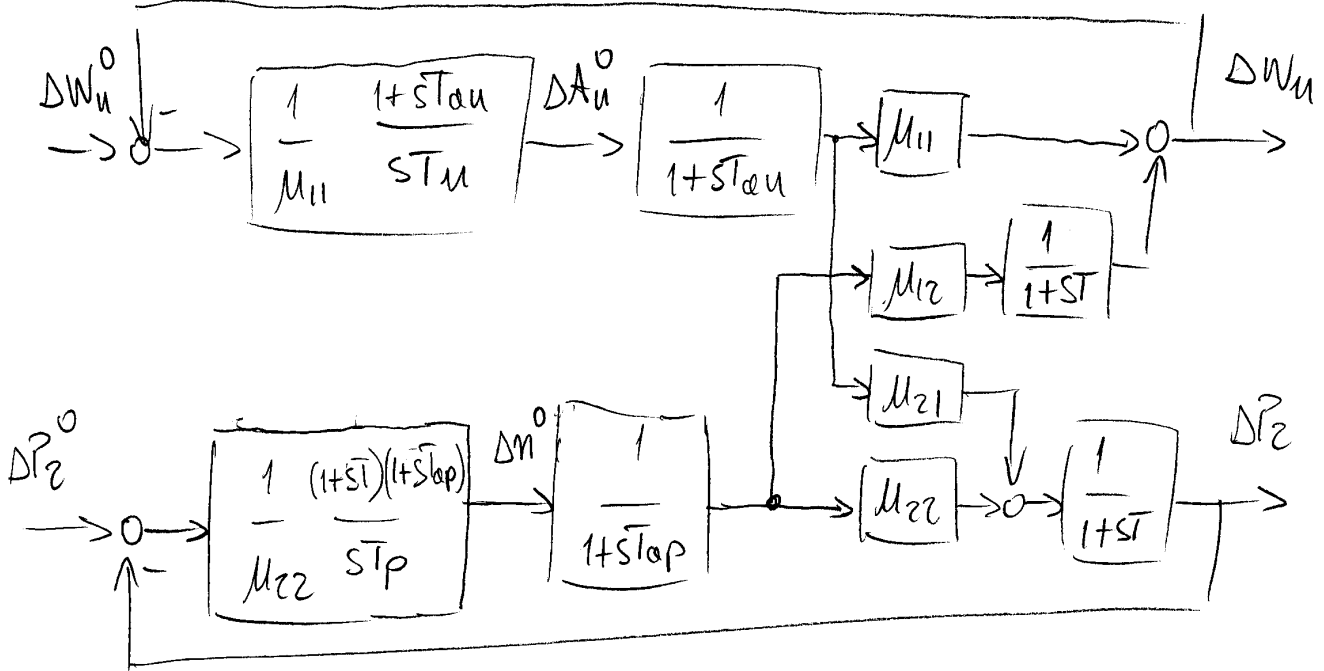
- guadagni: sono gli stessi del caso precedente (a regime il condensatore è un circuito aperto)

- Nota: dato che $T \approx \tau$, $\frac{\Delta W_u}{\Delta A_u}$ è sostanzialmente invariata

PROCESSI IDRAULICI - ES

(19)

- Trattare regolatori: dimensioniamo lo smorzatore in modo che $T \gg T_{op}$; $\frac{1}{1+sT}$ diventa il polo dominante di $\frac{\Delta P_2}{\Delta W^0}$



- le f.d.t $\frac{\Delta W}{\Delta W^0}$ e $\frac{\Delta A_u^0}{\Delta W^0}$ sono sostanzialmente invariate

- Per quanto riguarda la regolazione di pressione, $L_{22}(s) \approx \frac{1}{sT_p}$

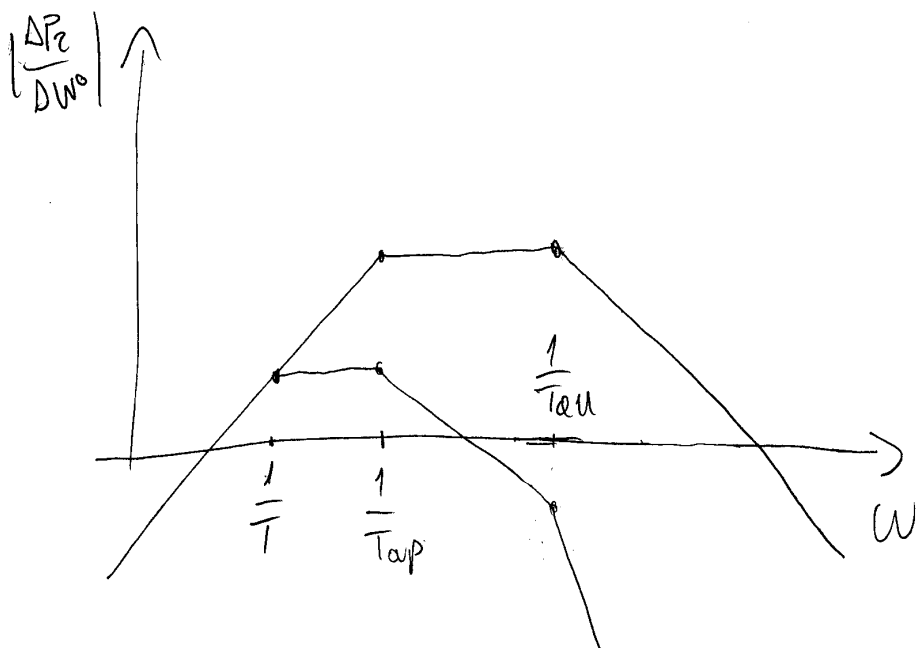
$$\frac{\Delta P_2}{\Delta W^0} \approx \frac{\Delta A_u^0}{\Delta W^0} \frac{1}{1+sT_{au}} M_{21} \frac{1}{1+sT} \frac{1}{1+L_{22}(s)}$$

$$\approx \frac{M_{21}}{M_{11}} \frac{1}{1+sT_{au}} \frac{1}{1+sT} \frac{sT_p}{1+sT_p}$$

$$\frac{\Delta W^0}{\Delta P_2} \approx - \frac{\Delta P_2}{\Delta W^0} \frac{1}{M_{22}} \frac{(1+sT)(1+sT_{op})}{sT_p} = - \frac{M_{21}}{M_{11}M_{22}} \frac{1}{1+sT_{au}} \frac{(1+sT_{op})}{1+sT_p}$$

- Anche in questo caso per evitare sovraelongamenti di ΔW^0 poniamo $T_{op} = T_p$

- Confrontando i risultati col caso senza smorzatore troviamo che $\frac{\Delta P_2}{\Delta W^0}$ è moltiplicata per $\frac{1}{1+5T}$ quindi risulta molto attenuata per $\omega > \frac{1}{T}$.



- Ricordando che

$$T = R / R_u \cdot C \approx RC$$

$$R = 400000$$

$$C \approx \frac{\rho V_0}{\bar{P}_g} = \frac{\rho V_0}{\bar{P}_2}$$

è possibile dimensionare il volume V_0 del serbatoio in modo da ottenere il miglioramento desiderato della risonanza del disturbo su P_2 causato dalle rapide variazioni di ΔW^0 .