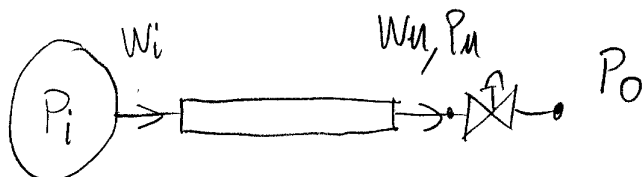


# PROPAGAZIONE ONDE - ES

(1)

## - DINAMICA DI UNA CONDOTTA CON VALVOLA

- Consideriamo un sistema composto da una sorgente a pressione costante, da una condotta e da una valvola terminale



- La condotta è elastica e adiabatica. Trascuriamo l'effetto distribuito
- Analizziamo la dinamica nell'intorno di un punto di lavoro assegnato:

$$\bar{w}_i = \bar{w}_u = \bar{w} \quad (\text{eq. massa})$$

$$\bar{P}_u = \bar{P}_i + \rho g (z_i - z_u) \quad (\text{eq. q.d.m.})$$

- Equazioni linearizzate

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta P_i = 0 \quad (\text{sorgente}) \\ \Delta w_u = \Delta w_i \operatorname{ch}(s\bar{c}) - \frac{1}{z} \Delta P_i \operatorname{sh}(s\bar{c}) \\ \Delta P_u = \Delta P_i \operatorname{ch}(s\bar{c}) - z \Delta w_i \operatorname{sh}(s\bar{c}) \end{array} \right. \quad (\text{condotta})$$

$$\Delta w_u = \frac{\Delta P_u}{R_v} + \mu_v \Delta A_v \quad (\text{valvola})$$

# PROPAGAZIONE ONDE - ES

(2)

$$\Delta P_M = -z \Delta W_i \operatorname{Sh}(s\bar{c})$$

$$\Delta W_M = \Delta W_i \operatorname{Ch}(s\bar{c})$$

$$\Delta W_i \operatorname{Ch}(s\bar{c}) = -\frac{z}{R_V} \Delta W_i \operatorname{Sh}(s\bar{c}) + \mu_V \Delta A_V$$

$$\Delta W_i = \frac{\mu_V}{\operatorname{Ch}(s\bar{c}) + \frac{z}{R_V} \operatorname{Sh}(s\bar{c})} \Delta A_V$$

$$\Delta W_M = \frac{\mu_V}{1 + \frac{z}{R_V} \operatorname{Th}(s\bar{c})} \Delta A_V$$

$$\Delta P_M = -z \mu_V \frac{\operatorname{Th}(s\bar{c})}{1 + \frac{z}{R_V} \operatorname{Th}(s\bar{c})}$$

- Posto  $\beta = \frac{z}{R_V}$ , mettiamo in evidenza i termini esponenziali

$$G_W(s) = \frac{\Delta W_M}{\Delta A_V} = \frac{\mu_V}{1 + \beta \frac{e^{+s\bar{c}} - e^{-s\bar{c}}}{e^{+s\bar{c}} + e^{-s\bar{c}}}} = \mu_V \frac{1 + e^{-2s\bar{c}}}{(1 + \beta) + (1 - \beta)e^{-2s\bar{c}}} =$$

$$= \frac{\mu_V}{1 + \beta} \frac{1 + e^{-2s\bar{c}}}{1 + \alpha e^{-2s\bar{c}}}, \quad \text{con } \alpha = \frac{1 - \beta}{1 + \beta} = \frac{R_V - z}{R_V + z}$$

$$G_P(s) = \frac{\Delta P_M}{\Delta A_V} = -z \mu_V \frac{\frac{e^{+s\bar{c}} - e^{-s\bar{c}}}{e^{+s\bar{c}} + e^{-s\bar{c}}}}{1 + \beta \frac{e^{+s\bar{c}} - e^{-s\bar{c}}}{e^{+s\bar{c}} + e^{-s\bar{c}}}} = -z \mu_V \frac{1 - e^{-2s\bar{c}}}{(1 + \beta) + (1 - \beta)e^{-2s\bar{c}}} =$$

$$= -\frac{z \mu_V}{1 + \beta} \frac{1 - e^{-2s\bar{c}}}{1 + \alpha e^{-2s\bar{c}}}$$

- Dinamica nel dominio del tempo

$$\Delta W_u(s) = G_w(s) \cdot \Delta A_v(s)$$

$$\Delta W_u(s) (1 + \alpha e^{-2s\tau}) = \frac{\mu v}{1 + \beta} (1 + e^{-2s\tau}) \Delta A_u$$

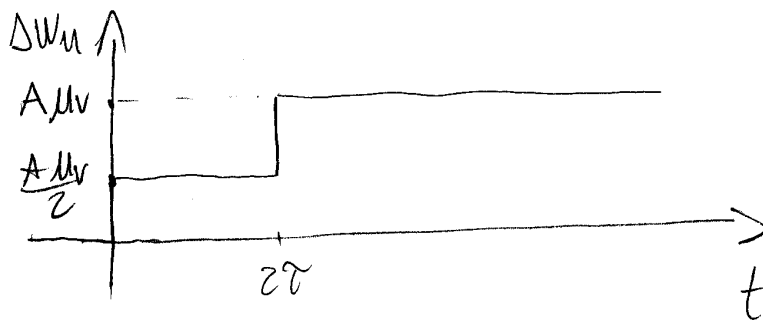
Antitrasformando e risolvendo rispetto a  $\Delta W_u(t)$  si trova

$$\Delta W_u(t) = -\alpha \Delta W_u(t - 2\tau) + \frac{\mu v}{1 + \beta} [\Delta A_u(t) + \Delta A_u(t - 2\tau)]$$

- Risposta a scalino

$$\Delta A_v = A \operatorname{sca}(t)$$

(a)  $R_v = Z$      $\beta = 1$      $\alpha = 0$     impedenza adattata

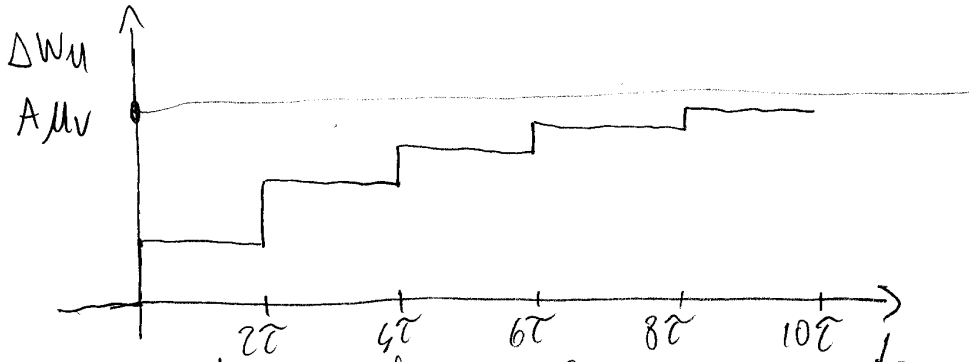


Interpretazione fisica: all'apertura dell'ugello, parte un'onda regressiva verso la sorgente. Dopo  $\tau$  secondi l'onda si riflette sulla sorgente e torna verso l'ugello. Al tempo  $t = 2\tau$  l'onda arriva all'ugello; poiché la resistenza dell'ugello è uguale all'impedenza caratteristica  $Z$ , l'onda "non si accorge di nulla" e non viene riflessa. Il transitorio termina dopo  $2\tau$  secondi

# PROPAGAZIONE ONDE - ES

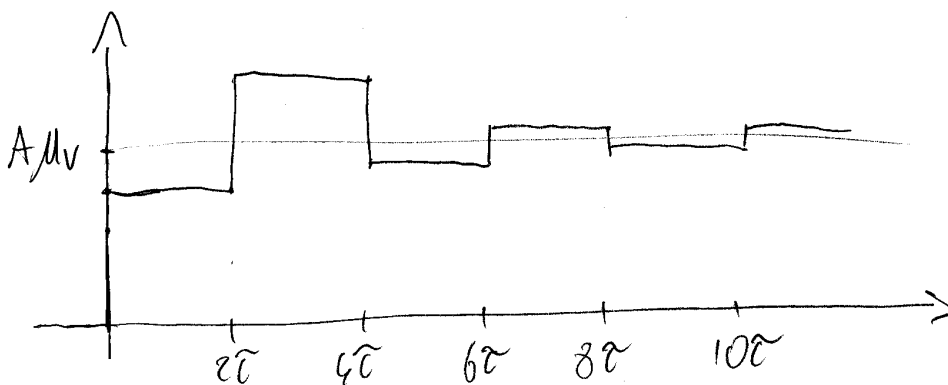
(4)

(b)  $R_V < Z$     $\beta > 1$     $\alpha < 0$    (valvola + aperta)



Interpretazione fisica: le onde di pressione e portata si riflettono avanti e indietro, tendendo ad una situazione di regime

(c)  $R_V > Z$     $\beta < 1$     $\alpha > 0$    (valvola + chiusa)



Interpretazione fisica: come sopra, però le oscillazioni sono più marcate

- Analogamente si procede per quanto riguarda  $\Delta P_u$

PROPAGAZIONE ONDE - ES

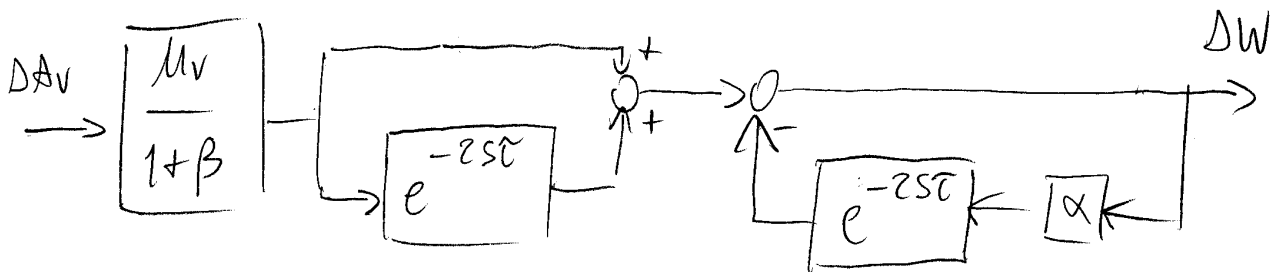
(5)

- SIMULAZIONE CON LINGUAGGI BLOCK-ORIENTED

$$G_w(s) = \frac{M_v}{1+\beta} \frac{1+e^{-2s\tau}}{1+\alpha e^{-2s\tau}}$$

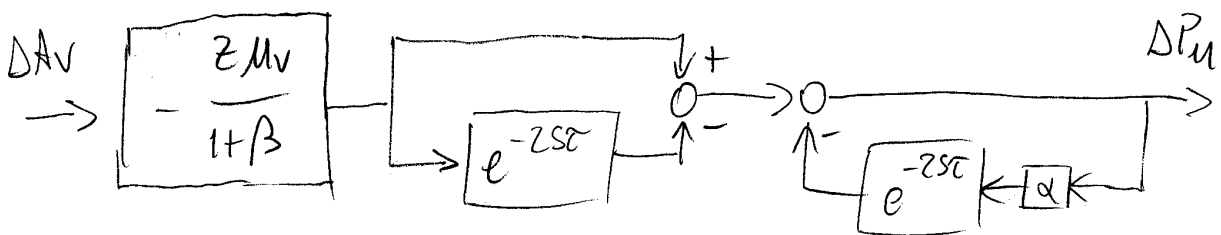
si può rappresentare come uno schema a blocchi retroazionato

Il ritardo puro si rappresenta con il blocco Time Delay



- Analogamente si procede per  $G_p(s)$

$$G_p(s) = - \frac{z M_v}{1+\beta} \frac{1-e^{-2s\tau}}{1+\alpha e^{-2s\tau}}$$



# PROPAGAZIONE ONDE - ES

(6)

- Colpo d'arrete

Se la valvola viene chiusa rapidamente, la pressione  $P_u$  a monte della valvola aumenta, il che può essere pericoloso dal punto di vista meccanico. Stimiamo il valore iniziale della pressione  $P_u$  in corrispondenza e variazioni a scalino di  $A_v$

$$\Delta A_v = \Delta A_v \text{ sca}(t)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \Delta P_u(t) = \lim_{s \rightarrow +\infty} s \frac{\Delta A_v}{s} G_p(s) = \Delta A_v \lim_{s \rightarrow +\infty} -z M_v \frac{Th(s\tau)}{1 + \frac{z}{R_v} Th(s\tau)} =$$

$$= \Delta A_v \frac{-z M_v}{1 + \frac{z}{R_v}} = -\Delta A_v M_v \cdot z // R_v$$

$$\text{Se } R_v > z \Rightarrow z // R_v \approx z = \frac{c}{A} ; M_v = \frac{\bar{w}}{A_v}$$

$$\Delta P(0) \approx \frac{\bar{w}}{A_v} \Delta A_v \frac{c}{A} = \rho \bar{u} c \frac{\Delta A_v}{A_v}$$

$$\text{Se } c = 1000 \frac{m}{s}, u = 2 m/s, \rho = 1000 \text{ kg}/m^3$$

$$\Delta P(0) = 2 \text{ Pa} \cdot \frac{\Delta A_v}{A_v}$$

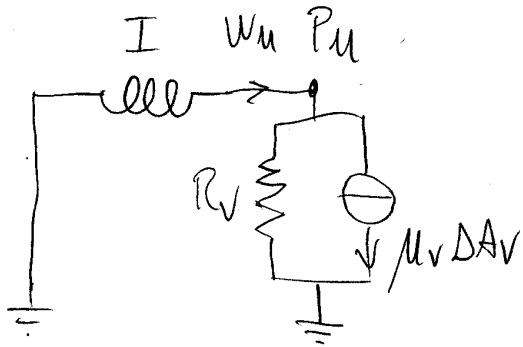
- Attrito distribuito

La soluzione appena discussa è ricavata nel caso ideale  $C_f = 0$ . Il comportamento reale è simile, purché  $R \ll R_v$ , dove  $R$  è la resistenza idraulica distribuita totale della condotta

# PROPAGAZIONE ONDE - ES

(7)

- CONFRONTO COL MODELLO A FLUIDO INCOMPRESSIBILE
- L'equivalente elettrico corrispondente al circuito con fluido incompressibile è il seguente:



$$G_w'(s) = \frac{\Delta w_u}{\Delta A v} = \frac{M_v}{1+ST} \quad T = \frac{I}{R_v}$$

$$G_p'(s) = \frac{\Delta P_u}{\Delta A v} = -M_v R_v \frac{ST}{1+ST}$$

- Si può verificare che queste f.d.t. sono approssimazioni di bassa frequenza di quelle trovate per fluido comprimibile

$$G_w(s) = \frac{M_v}{1 + \frac{z}{R_v} Th(s\bar{\sigma})} \approx \boxed{Th(s\bar{\sigma}) \approx s\bar{\sigma}, \quad |s| \ll \frac{1}{\bar{\sigma}}}$$

$$\approx \frac{M_v}{1 + \frac{z}{R_v} \frac{L}{c} s} = \frac{M_v}{1+ST} = G_w'(s)$$

infatti  $\frac{z}{R_v} \frac{L}{c} = \frac{z}{A} \cdot \frac{1}{R_v} \cdot \frac{L}{c} = \frac{I}{R_v} = T$

$$G_p(s) = -z M_v \frac{Th(s\bar{\sigma})}{1 + \frac{z}{R_v} Th(s\bar{\sigma})} \approx -z M_v \frac{s\bar{\sigma}}{1 + \frac{z}{R_v} s\bar{\sigma}}$$

$$= -M_v R_v \frac{ST}{1+ST}$$

## PROPAGAZIONE ONDE - ES

8

- In termini di risposta in frequenza, l'approssimazione è valida per  $\omega \ll \frac{1}{\tau}$   $\tau = \frac{L}{c}$  tempo attraversam. onde
- Per tubazioni di lunghezza inferiore ai 100m, il limite di validità del modello comprimibile è attorno ai 10 rad/s, quindi più che adeguato per la sintesi di sistemi di controllo con bande "da processo"
- Per tubazioni di lunghezza attorno al km o oltre, l'approssimazione potrebbe essere insufficiente